This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

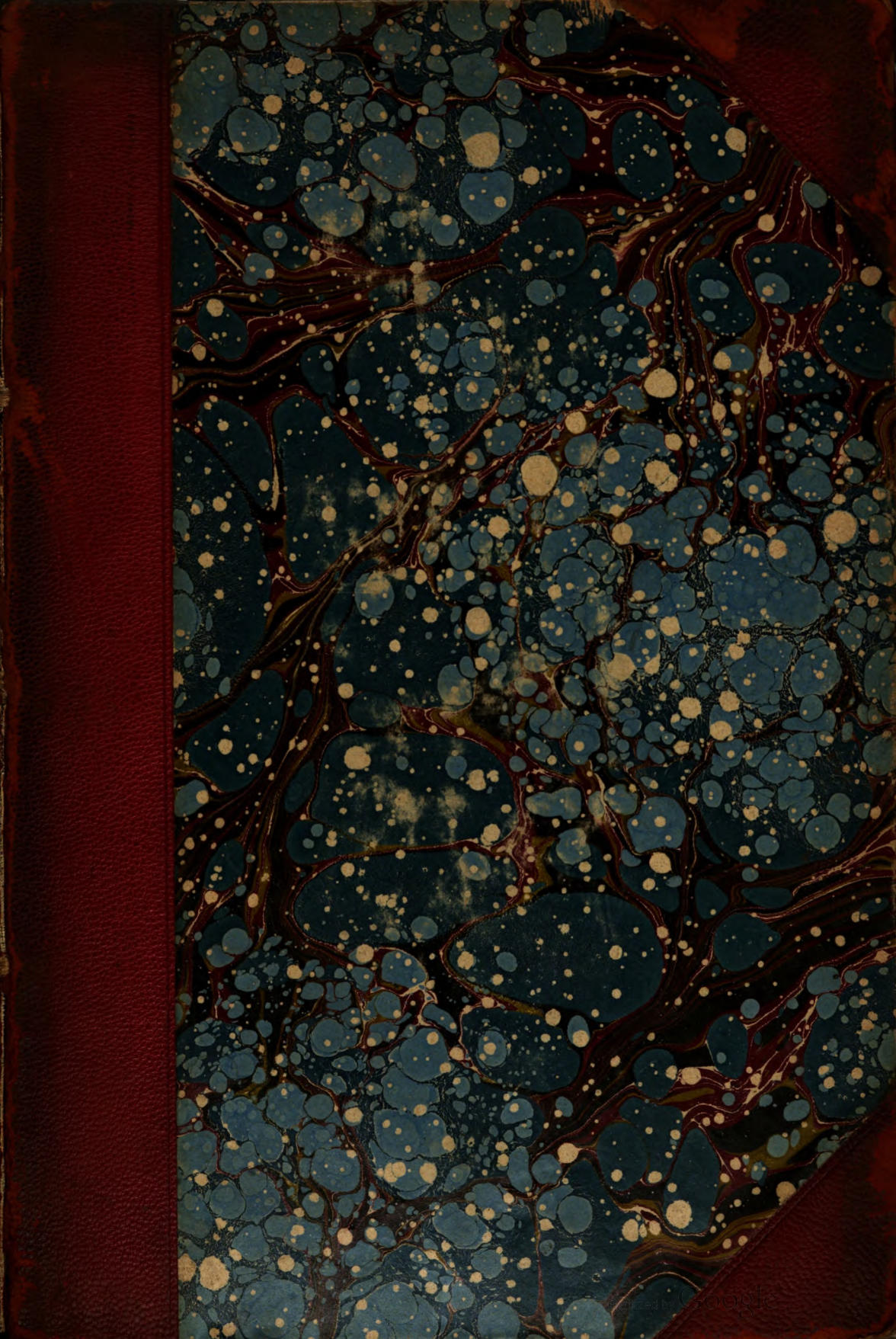
+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`



Math.
Class Book
University of Chicago Library
GIVEN BY

Besides the main topic this book also treats of

Subject No.	On page	Subject No.	On page

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BOLLETTINO

DI

BIBLIOGRAFIA E STORIA

DELLE

SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA

DI

GINO LORIA

ANNO IV.

1901

TORINO

CARLO CLAUSEN

LIBRAIO DELLE LL. MM. IL RE E LA REGINA

1901

THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY

Digitized by Google

THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY

QA1
.B7
Sci

Proprietà letteraria

Genova — Tipografia Sordomuti.

Digitized by Google

183555

INDICE DEI NOMI

Abel 18, 31, 122.
Abrahan 88.
Adams 10.
Agnesi 33, 118.
Ahrens 34, 42.
Alasia 64.
Alembert 4, 4 *n*, 94, 99, 118.
Alfieri V. 2 *n*.
Almansi 115.
Anissimoff 31.
Apollonio 109, 117.
Arago 10.
Arbicone 86.
Archimede 80, 116.
Aristotele 80.
Arnaldi 96.
Aschieri 32.
Ascoli Graziadio 85.
Andoyer 28.
Auria 117.
Ayala 2 *n*.

Bachelet 44.
Bachet 37.
Badoureau 79.
Balbo P. 2 *n*.
Bardelli 62.
Barnard 58.
Basset 115.
Bauschinger 88.
Bayes 82.
Bazin 60.
Beer 124.
Beltrami 13, 31, 32, 46, 85.
Bernoulli 6, 30, 84, 94, 118.
Bertini 57.
Bertrand 79.
Berzolari 32, 63.
Bessel 113.
Beyel 120.
Bezout 7, 49.
Bigourdan 102-103.
Binda 2.
Blaserna 62.
Boehm 13, 14.
Böklen 58.
Bohlman 88.
Boole 86.
Borchardt 22, 23, 24, 25.
Bordin 58.
Borel 116.
Bortkiewicz 88.
Bosmans 62.
Bouquet 28.
Bouquet de la Grye 15.
Boyle 92, 94.
Boussinesq 100.
Brioschi 8, 23, 30, 30 *n*, 61, 62, 85.
Brünkner 74, 79.
Budan 49.
Buffa 125.
Buffon 34.

Cadenat 119.
Cairoli 31 *n*.
Cantor M. 63, 64, 125.
Capelli 119, 120.
Carlo Emanuele III 4 *n*.
Carnot 94.
Carra de Vaux 79, 80.
Cartesio (*vedi* Descartes).
Caspary 29.
Cassini 118.
Cauchy 5, 8, 17, 18, 19, 22, 47, 60, 77, 78, 113, 115.
Cavalieri 117.
Cayley 7, 17, 21, 22, 27, 30, 40, 41, 47, 115.
Celoria 32, 62.
Cerruti 100, 126.
Cesàro E. 122.
Cesàro I. 75 *n*.
Ceva Giov. 118.
Ceva Tomm. 118.
Chasles 52.
Chelini 46.
Christoffel 57.
Chrystal 28.
Clausius 94.
Clifford 55.
Coignet 62.
Colombo 62, 85.
Colson 34.
Conti 96, 125, 127.
Copernico 9, 10.
Cornu 15.
Costa ben Luca 79.
Couturat 95, 103, 110, 119.
Craig 28, 30.
Cramer 47.
Cremona 32, 85, 126.
Crispi 31 *n*.
Czuber 88.

Darboux 3 *n*, 13.
Damoiseau 58, 59.
Dechevrens 116.
Dedekind 57.
Delaunay 25.
Delambre 102, 103.
Descartes 3 *n*, 6, 49, 75, 78, 109, 115.
Dini 27.
Diofanto 110, 111.
Dirichlet 48, 58, 98, 111, 122, 123, 124.
Dürer 115.
Dumontel 121, 122.

Eisenstein 25.
Erone 79, 81.
Euclide 105, 107, 109, 115, 117.

2598 19722 Digitized by Google

Eulero 4, 4 *n*, 6, 7, 26, 39, 49, 75, 77, 78, 101, 111.

Fabroni 103.
Fagnano 3.
Fantasia 116.
Faraday 99.
Favaro 126.
Faye 10.
Fazzari 114.
Fechner 93.
Fenker 88.
Fermat 60, 111, 117.
Ferrari 6.
Ferroni 118.
Föppl 15, 122.
Fontené 30.
Formenti 32.
Forsyth 86.
Fourier 6, 26, 49.
Franchis (de) 96.
Francoeur 58.
Frenet 26.
Fuchs 25, 28, 30, 113.

Galdeano 64, 118-119.
Galileo 3 *n*, 9, 10, 34, 80.
Galois 6, 8.
Gauss 5, 6, 7, 10 *n*, 18, 19, 38, 40, 74, 99, 111, 123.
Gay-Lussac 94.
Geiser 57.
Ghinassi 117.
Giacobini 58.
Giordano Annibale 115.
Girard 49.
Giudice 49.
G. L. (vedi Loria).
Gmeiner 42, 44.
Gordan 5, 24, 25.
Graeffe 14.
Grandi 33, 34.
Green 99, 100, 123.
Grunert 64.
Gutzmer 132.
Guyou 15.
Gylden 27.

Halphen 29, 55, 63, 64.
Hamilton 41.
Happelberg 58.
Harnack 124.
Hattendorf 97.
Hauck 126.
Heger 50-52.
Heiberg 62, 117.
Heine 26.
Helmholtz 101.
Henrici 82, 83.
Hensel 110, 112.
Hermite 6, 7, 8, 16-31, 59, 60.
Herschel 9, 10.
Hertz 99, 101.
Herz 83-84.
Hess 78, 79.
Hilbert 7, 8, 120.
Hudde 6.
Huygens 3 *n*, 103.

Ipparco 9.
Ipsicle 117.

Jacobi 6, 7, 17, 18, 20, 21, 26, 27, 29.
Jahnke 60, 64.
Janssen 10, 15, 58.
Jerrard 5, 8.
Johnson 41.

Kant 104, 119.
Kempe 41.
Keplero 9, 10, 79.
Kirchhoff 100.
Kirkmann 37, 40.
Klein 8, 122.
Klimpert 116-118.
Kochanski 127.
Königsberger 25.
Kowalewski G. 122.
Kowalewski S. 10, 13.
Kronecker 6, 7, 8, 23, 29, 36, 110, 112.
Krumme 88.
Kummer 29.

Labate 96.
Labatie 7.
Lacroix 3 *n*, 23.
Lagrange 1, 4, 6, 7, 8, 9, 26, 99, 101, 111, 121.
Laguerre 6, 29, 115.
Lalande 58.
Lamé 18, 19, 26.
Lampe 64.
Laplace 9, 10.
Laurent 30.
Lavoisier 103.
Lebon 9, 10, 86, 87.
Lecornu 58.
Lefèvre-Gineau 103.
Legendre 3 *n*, 29, 60, 77, 111.
Leibniz 3 *n*, 19, 35, 38, 46, 103, 110, 127.
Lejeune-Dirichlet (vedi Dirichlet).
Lemoine 112 *n*.
Lerch 29, 58.
Le Verrier 10.
Lie 13, 44.
Lindelöf 31.
Lindemann 19, 26.
Liouville 7, 17, 123.
Lipschitz 27.
Lissajous 115.
Littré 115.
Loewy 10, 15.
Lorenz 88.
Loria G. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 42, 46, 50, 52, 79, 82 *n*, 83, 85, 87, 103, 112, 114, 115, 118, 117, 120, 121.
Love 88.
Lucas 35.
Lüroth 82.

Macfarlane 95.
Maclaurin 26.
Macrì 96.
Magini 117.
Makeham
Mallet 58.
Mannheim 86.
Mansion 59 *n*.
Marcolongo 124.
Mascheroni 114.
Maser 86.
Maurer 57.
Maurolico 96.
Mayer 94.
Maxwell 99, 100.
Méchain 102, 103.

Digitized by Google

Mehmke 64, 88.
Menelao 118.
Meyer Franz 64, 88.
Michel 87.
Minding 7.
Mittag-Leffler 27, 116.
Möbius 77, 123.
Monge 37.
Montel (de) 80.
Montmort 38.
Müller 7, 114, 116.
Müller F. 13.

Nasini 65 *n*.
Natani 98 *n*.
Negri 85.
Netto 5, 9.
Neumann 13, 123. 124.
Newcomb 10.
Newton 5, 6, 7, 9, 10, 34, 46, 49, 98.
Niccoletti 5, 9.
Nix 79, 80.
Noether 7, 55, 59 *n*, 63.
Nordenskiöld 93.

Ortu-Carboni 125.
Ottajano 115.
Ozanam 34, 110.

Paciuolo 117.
Paganini 116.
Pagliaini 61.
Paoli 115.
Paolis (de) 115.
Pappo 79, 117.
Pascal 32, 104, 109.
Pasteur 20.
Peano 10, 11, 36 *n*, 107 *n*.
Perrier 10.
Pfaff 115.
Pflieger 16.
Picard 60.
Pincherle 14, 15, 29, 31.
Pitagora 9, 37.
Pitsch 79.
Platone 9.
Poincaré 10, 15, 113, 124.
Poinsot 79.
Poisson 3 *n*, 7, 123.
Poncelet 87.
Porro 32.
Prony 3 *n*.
Proclo 107.
Puccini 49.

Rana 2, 2 *n*.
Reiss 38.
Reuleaux 37.
Reye 11, 12.
Riccardi 1 *n*, 113.
Ricci 46-49.
Riemann 31, 48, 54, 55, 97-101, 113, 124.
Rius y Casa 64.
Robin 124.
Roch 55.
Rogier 2 *n*.
Rolle 6, 49.
Rosenhain 28.
Row 42.
Ruffini 48.
Runge 14.
Russell 119.

Saint-Venant 100.
Saladini 48.
Salmon 60.
Saluces 2, 2 *n*.
Scheffers 44-46.
Schell 46.
Schiaparelli 10 *n*, 85.
Schilling 126.
Schlesinger 112-114.
Schlömilch 124-5.
Schmidt 79, 80.
Schopenhauerer 110.
Schröder 43.
Schröder John 84-5.
Schubert 40.
Schumacher 38.
Schwarz 27, 63, 123, 124.
Segre 54.
Serret A. 3 *n*, 23, 30.
Serret P. 115.
Severi 63.
Simon 11, 12, 62.
Sofia (duchessa) 107 *n*.
Soliwanoff 88.
Somigliana 32.
Sommerfeld 100.
Sonzogno 32.
Spencer 119.
Squassi 62.
Steiner 59, 77.
Stiefel 39, 111, 115.
Stieltjes 28.
Stirling 29.
Stokes 99.
Stolz 42, 44.
Story 41.
Sturm 6, 14, 17, 21.
Suter 62.
Swinden (von) 103.
Sylvester 6, 7, 17, 25, 27 40, 49, 60, 115.

Tait 35.
Tarry 39 *n*.
Tartaglia 37.
Tayllerand 103.
Taylor 3 *n*, 6, 48.
Tchébycheff 26.
Thomson 123.
Tisserand 10.
Torraca 49.
Torricelli 117.
Tortolini 85.
Treutlein 82, 83.
Tschirnhausen 5.

Vacca 1, 11, 33, 4, 36 *n* 104, 106.
Vailati 81, 110, 122.
Valson 60.
Vale 58.
Vandermonde 47.
Varignon 115.
Veronese 118.
Verschaffel 58.
Vinci (da) 3 *n*.
Vivanti 14, 44, 82, 84, 95, 112
Volterra 124.

Waring 5.
Weber H. 97-101.
Weierstrass 30, 55.
Weingarten 123.
Weyr Ed. 30.
Windelband 57.
Wölffing 59, 59 *n*.
Wolhouse 121.

Zanotti Bianco 3, 9
Zeuthen 52, 64.

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE

G. Vacca. Sui primi anni di Giuseppe Luigi Lagrange, p. 1-4.
G. Vacca. Sulla versiera, p. 33-34.
Il catalogo internazionale della letteratura scientifica, p. 65-74.

RECENSIONI ED ANNUNZI.

E. Netto. Vorl über Algebra [O. Niccoletti], p. 5. — **E. Lebon.** Histoire abrégée de l'astronomie [G. L.], p. 9. — **G. Peano.** Formulaire de mathématique [G. L.], p. 10. — **M. Simon.** Analytische Geometrie des Raumes [G. L.], p. 11. — **F. Müller.** Vocabulaire mathématique I Hälfte [G. L.], p. 13. — **K. Boehm.** Differentialsysteme [G. Vivanti], p. 13. — **C. Runge.** Praxis der Gleichungen [G. L.], p. 14. — **S. Pincherle.** Introduzione al Corso di Algebra e Geometria analitica [G. L.], p. 14. — Annuaire du Bureau des Longitudes [G. L.], p. 15. — **A. Föppl.** Technische Mechanik III, p. 15. — **Pflieger.** Elementare Planimetrie, p. 16. — **W. Ahrens.** Mathematische Unterhaltungen und Spiele [G. L.], p. 34. — **Stolz und Gmeiner.** Theoretische Arithmetick. I [G. Vivanti], p. 42. — **Scheffers G.** Einführung in die Theorie der Curven [G. L.], p. 44. — **Ricci.** Algebra complementare [F. Giudice], p. 46. — **Puccini E.** Il concetto dell' infinitesimo [G. L.], p. 49. — **Heger.** Fünfstellige logarithmische und goniometrische Tafeln, p. 50. — **M. Brückner.** Vielecke und Vielfläche [G. L.], p. 74. — Heronis Opera. II [G. Vailati], p. 79. — **Lüroth.** Numerisches Rechnen [G. Vivanti], p. 82. — **Henrici und Treutlein.** Elementar-Geometrie III [G. L.], p. 82. — **Herz.** Wahrscheinlichkeits-und Ausgleichungsrechnung [G. Vivanti], p. 83. — **Schröder.** Darstellende Geometrie I [G. L.], p. 84. — **F. Brioschi.** Opere matematiche I [G. L.], p. 85. — **Forsyth.** Equazioni differenziali, trad. Arbicone [G. L.], p. 86. — **Lebon.** Géométrie déscriptive I [G. L.], p. 86. — **Michel.** Problèmes de géometrie analytique [G. L.], p. 87. — Encyclopädie der math. Wissenschaften, p. 88. — **Lorenz.** Dynamik der Kurbelgetriebe, p. 88. — **Fenker.** Arithmetische Aufgaben, p. 88. — **Krumme.** Analytische Geometrie, p. 88. — **Weber-Riemann.** Die partiellen Differentialgleichungen der matematischen Physik. [G. A. Maggi], p. 97. — **Bigourdan.** Le système metrique des poids et mésures [G. L.], p. 102. — **Couturat.** La logique de Leibniz [G. Vailati], p. 103. — **Kronecker.** Vorlesungen über Mathematik, II Teil., I Abschnitt [G. L.], p. 110. — **Schlesinger.** Einführung in die Theorie der Differentialgleichungen [G. Vivanti], p. 112. — **Mascheroni.** La geometria del compasso [G. L.], p. 114. — **F. Müller.** Vocabulaire mathématique française-allemand, II Hälfte [G. L.], p. 115. — **Klimpert.** Storia della geometria, trad. Fantasia [G. L.], p. 116. — **Veronese.** Nozioni elementari di geometria intuitiva [G. L.], p. 118. — **Galdeano.** Estudios de critica y pedagogia matematicas [G. L.], p. 118. — **Russell.** Essai sur les fondéments de la géométrie [G. L.], p. 119. — **Capelli.** Lezioni sulla teoria delle forme algebriche [G. L.], p. 119. — **Beyel.** Darstellende Geometrie [G. L.], p. 120. — **Dumontel.** Contributo alle ricerche di Woolhouse e di Makeham [G. Vailati], p. 121. — **Vivanti.** Lezioni sulla teoria degli integrali abeliani, p. 122. — **Cesàro.** Vorlesungen über natürliche Geometrie [G. L.], p. 122. — **Föppl.** Vorlesungen über technischen Mechanick, p. 122.

Digitized by Google

PROGRAMMI E RIASSUNTI

DI CORSI UNIVERSITARI.

R. Università di Pisa: Corso di Geometria superiore [Prof. E. Bertini], p. 52-57.
R. Università di Messina: Complementi di matematica pei naturalisti [Prof. G. Vivanti], p. 88-95.
R. Università di Messina: Corso di Fisica matematica [Prof. R. Marcolongo], p. 123-124.

NECROLOGIO.

C. Hermite di C. Jordan (p. 16-20). — Elenco delle pubblicazioni di C. Hermite (p. 20-31). — Correzioni ed aggiunte (p. 57-60).
E. B. Christoffel (p. 57) — O. Boeklen (p. 58).
O. Schlömilch (p. 124-125).

NOTIZIE.

Onoranze ad E. Beltrami, pag. 31.
I premi dell'Istituto di Francia. — Tema proposto dall'Accademia di Madrid. — Tema riproposto dall'Accademia di Berlino. — Congresso internazionale di filosofia. — *Verein zur Förderung des Unterrichts.* — Catalogo generale della Libreria Italiana. — Monumento a F. Brioschi. — Pubblicazioni recenti sulla storia delle matematiche. — Questione proposta dall'Acc. di Danimarca. — Nel giornalismo matematico, pag. 58-64.
Bibliografia dei quaternioni e teorie affini. — Per stabilire una lingua ausiliaria internazionale. — Tema proposto dalla R. Accademia di Napoli. — Maurolico e l'Università di Messina. — Tema d'un concorso a premi. — Biblioteca scolastica. pag. 95-96.
Biblioteca scolastica. — Per la storia delle Scienze. — Congresso internazionale di Scienze storiche. — Nuovi modelli di matematica. — Carteggio di Leibniz. — Un nuovo giornale. — *Jahresbericht der Deutsche Matematiker-Vereinigung*, pag. 125-128.

Digitized by Google

GENNAIO, FEBBRAIO E MARZO 1901.

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA
E STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA DI

GINO LORIA

Editore: **Carlo Clausen**, Torino — Del *Bollettino* si pubblicheranno ogni anno quattro fascicoli di almeno 32 pag. — Prezzo d'abbonamento annuo: Per l'interno L. **6**, per l'estero Fr. **7.50**. Numeri separati L. **2** caduno. — Gli articoli da inserirsi simandino al *Prof. G. Loria*, Università di Genova.

SOMMARIO

G. VACCA. *Sui primi anni di G. L. Lagrange.*
Recensioni ed annunzi: E. NETTO. *Vorl. über Algebra* [O. Niccoletti]. — E. LEBON *Histoire abrégée de l'astronomie* [G. L.]. — G. PEANO. *Formulaire de mathématique* [G. L.]. — M. SIMON. *Analytische Geometrie des Raumes* [G. L.]. — F. MÜLLER. *Vocabulaire mathématique* [G. L.]. — K. BOEHM. *Differentialsysteme* [G. Vivanti]. — C. RUNGE. *Praxis der Gleichungen* [G. L.]. — S. PINCHERLE. *Introduzione* [G. L.]. — *Annuaire du Bureau des Longitudes* [G. L.]. — A. FÖPPL. *Technische Mechanik* III. — PFLIEGER. *Elementare Planimetrie.*
Necrologio. *C. Hermite di* C. JORDAN. Elenco delle pubblicazioni di C. Hermite [G. L].
Notizie: Onoranze ad E. Beltrami. —

SUI PRIMI ANNI DI GIUSEPPE LUIGI LAGRANGE.

Nota di GIOVANNI VACCA, *in Torino.*

Il vivo desiderio, che anima più d'ogni altra la generazione nostra, di penetrare nella vita intellettuale degli uomini che hanno accresciuto il patrimonio scientifico della società umana, studiando lo svolgersi ed il perfezionarsi delle loro idee (ed è forse il migliore omaggio che possiamo rendere alla loro memoria), mi ha spinto a scrivere alcune notizie su Lagrange poco note, forse inedite, nella speranza che altri possa completarle.

Le numerose biografie (1) di Lagrange sono tutte molto concise, per quanto riguarda il primo decennio della sua vita scientifica (1755-1766) da lui vissuta in Torino.

Non appare ben chiaro da esse, la materia del corso da lui professato e la data della sua nomina alla Scuola di Artiglieria.

In seguito a ricerche da me fatte all'Archivio di Guerra e Marina,

(1) Un elenco pressochè completo delle biografie di Lagrange, una ventina circa, si trova nella Bibl. Matematica Italiana di P. Riccardi, a. 1893.

Digitized by Google

recentemente riordinato e tuttora diretto dall'egregio Cav. Giulio Binda, al quale mi è grato porgere qui i miei più vivi ringraziamenti, ho potuto trovare l'atto del 26 Settembre 1755 che nominava Lagrange a *sostituito* del Maestro di matematica nelle scuole di Teorica di Artiglieria (1).

Il maestro di Matematica era un certo Carlo Andrea Rana.

Guidato poi da certe indicazioni date da Alexandre Saluces nella sua Histoire Militaire du Piémont (2), ho potuto, grazie alla cortesia

(1) L'atto si trova nella Trascr. della Coll. degli Atti autentici per l'uff. Generale del Soldo. Sta a fol. 61 v. e 62 r. di un registro intitolato: *Commissioni da* 11 Agosto 1755 *a* 3 Marzo 1757. Lo riporto intero:

Torino li 26 Settembre 1755.

Il Re.

Li incontri che abbiamo avuti dell'abilità, che Luiggi la Grangia Tornier di Torino si è acquistata nelle matematiche, del Talento che ha per vieppiù riuscire in esse, e delle altre buone qualità, che in Lui concorrono, Ci hanno disposti a destinarlo all'impiego di sostituito del Maestro di Matematica nelle Scuole di Teorica d'Artiglieria, il quale viene di rendersi vacante per la promozione di Carlo Andrea Rana al posto di Maestro persuasi che si darà tutto lo studio per riempirne lodevolmente i doveri, e per corrispondere alle nostre Grazie, ed all'aspettativa di Lui conceputasi. Colle presenti pertanto conferiamo al d.° Luiggi La Grangia Tournier l'Impiego di Sostituito del maestro di Matematica suddetto con tutti gli onori, autorità e prerogative, che ne spettano, ed appartengono e con l'annua paga di Lire settecento cinquanta di Piemonte, con ciò che debba osservare le Istruzioni, che gli verranno date dal Direttore di d.° scuole; Ordiniamo quindi allo stesso Direttore, di farlo riconoscere in tale qualità, ed all'Intendenza Generale di detta Artiglieria di farlo gioire dell'annua paga sud.° di f. 750 a Quartieri maturati sulli certificati, che da D.° Direttore o da chi nei casi d'absenza o d'impedimento d'esso verrà da Noi nominato per supplirne le veci, saranno di tempo in tempo spediti, d'aver Egli adempiuto al suo Obbligo nella conformità prescritta dal Regolamento per dette scuole de' 16 Aprile 1739 e dell'add.° al med.mo de' 16 Luglio ultimo, incominciando dalla data delle presenti, e continuando in avvenire durante la di lui servitù, ed il nostro beneplacito, che tal è la nostra mente. Dato etc.

(2) Deuxiéme édition t. I, Turin a. 1859.

Da quest'opera estraggo alcune notizie sugli studi che si facevano alla Scuola d'Artiglieria. Vi erano cinque anni di scuola comune a tutti gli allievi, durante i quali si studiavano l'aritmetica, l'algebra, la geométria piana e solida, le sezioni coniche, la stereometria, la meccanica, la balistica.

Seguivano due anni di corsi speciali per gli allievi distinti all'artiglieria ed al genio.

A p. 441 alla nota E, dovuta a Mariano D'Ayala, si trova descritta minutamente l'opera a cui accenno.

A p. 443 il Saluces riporta il passo seguente di Prospero Balbo: « La meccanica era insegnata nelle Scuole d'Artiglieria dal nostro Lagrangia: ed oggi ancora (1804) nella libreria che fu già di quelle scuole, come presso di quei discepoli, esistono manoscritte le lezioni dettate e spiegate nel 1758 e 1759 da quel giovane professore ». Vane furono le nostre ricerche, aggiunge il Saluces, per ritrovare queste lezioni.

Mi permetto qui una breve digressione. Da quanto precede appare che l'attuale R. Accademia Militare trova le sue origini, se non burocratiche, certo naturali, nella scuola di Artiglieria, fondata nel 1739 e riordinata nel 1755, anzichè in quel collegio di cadetti così vivamente descritto da V. Alfieri nella sua autobiografia, come si crede abitualmente.

Si veda p. es.:

F. L. Rogier. La R. Accademia militare, Note storiche, 1816-1860. Torino a. 1895.

Digitized by Google

del colonnello Zanotti-Bianco che dirige la Biblioteca del Duca di Genova, consultare un manoscritto inedito (1); che non è di mano del Lagrange (2), riassunto di un corso di Lezioni di Analisi infinitesimale, svolte assai probabilmente dal Lagrange, alla Scuola di Artiglieria.

È intitolato:

Principî di analisi sublime (dettati da La Grange alle Reggie Scuole di Artiglieria).

Consta di 115 fogli numerati. Esso contiene:

(fol. 4) Della teoria algebrica delle curve.

(fol. 55) Parte Seconda. Del calcolo diffierenziale ed integrale. Dalle parole che terminano il manoscritto si vede che queste lezioni formano una breve introduzione al corso di meccanica (fol. 115).

L'interesse principale che presenta questo manoscritto sta in ciò che esso costituisce, insieme alla nota lettera al Fagnano, tuttociò che Lagrange scrisse in lingua italiana (3); sebbene poi non manchi di

(1) Lo credo inedito, sebbene il prof. Zanotti Bianco mi abbia avvertito che già parecchi anni or sono, di quest'opera attribuita a Lagrange era stata fatta una copia per conto del Boncompagni.

(2) Come è evidente da diversi errori e lacune propri di un copista (p. es. a foglio 93 v., 94 r., 102, 103 v. etc.), oltrechè non presenta analogia colla scrittura ben nota di Lagrange.

(3) Rimangono ancora alcune altre lettere di minore interesse. Sarebbe assai interessante il sapere se altri manoscritti in lingua italiana si trovino tra quelli conservati nella Bibliothèque de l'Institut a Parigi e descritti nell'edizione francese, pubblicata dal Serret e dal Darboux, t. 14 a. 1892 p. X-XII.

Ed a proposito di questa edizione, ardisco esprimere il voto che si proceda ad una revisione del rapporto fatto da Legendre, Prony, Poisson e Lacroix il 3 Novembre 1817, che concludeva alla non pubblicazione dei manoscritti inediti di Lagrange, per la ragione che « le respect dû à la mémoire de M. Lagrange ne permettait pas qu'on livrât à l'impression des écrits trop inférieurs à ceux qui avaient paru de son vivant ». (Lagrange, *Oeuvres* t. 12 p. 387).

Questa considerazione, dopo un secolo, ha perduto molta importanza. Non è infatti chi non veda quale importanza abbia avuto per la scienza la pubblicazione delle opere frammentarie (per accennare di alcuni) di Leonardo da Vinci, di Leibniz, fino all'VIII volume delle opere di Gauss, testè pubblicato.

Senza voler diminuire poi il merito degli editori delle opere di Lagrange, è da osservarsi che l'edizione francese non è condotta con quella scrupolosa precisione e fedeltà che sono vanto indiscutibile delle opere di Huygens, di Galileo e di Descartes ora in corso di pubblicazione.

Questa scrupolosità non è oziosa. Alcune cose che in una certa epoca possono parere insignificanti ad un editore, possono acquistare importanza in tempi posteriori.

Così p. es. nella Théorie des fonct. analyt. (t. 9 delle opere di Lagrange) l'editore ha scritto f(x) ovunque Lagrange scriveva fx. Quest'ultima notazione più conveniente in molti casi (essa è adottata nel Formulaire de Mathématiques, Turin a. 1901), può, sebbene non risulti dalla ediz. francese, valersi dell'autorità di Lagrange.

Inoltre non è fatto un raffronto delle diverse edizioni delle opere di Lagrange, cosa importante quando si voglia stabilire la priorità di Lagrange nella scoperta di parecchi teoremi (p. e. sulla formola di Taylor).

Digitized by Google

pregio per la semplicità e la chiarezza dell' esposizione dei principî del calcolo (1).

Non intendo aggiungere altre indicazioni sul soggiorno di Lagrange a Torino.

Non posso però terminare senza pensare alle dolorose ragioni che spinsero Lagrange ad abbandonare la patria.

Mentre Lagrange nel 1756, cioè alcuni mesi dopo la sua nomina alle scuole di artiglieria rifiutava di partire da Torino, sperando egli di poter proseguire negli studi senza abbandonare la patria e la famiglia (2), dieci anni dopo scriveva a D'Alembert che gli offriva di andare a Berlino al posto lasciato vacante da Eulero (3). « Rien ne serait plus propre à me tirer de l'oubli où l'on me laisse ici qu'une pareille invitation.... ».

E due mesi dopo era costretto ad aggiungere (4):

« J'attend toujours qu'on délibere si l'on veut m'accorder ou non le congè que j'ai demandé.... est-on en droit d'en user de la sorte avec moi, qui n'ai depuis dix ans qu'une miserable pension de 250 ècus (5), et qu'on a regardé jusq'ici comme une personne entierement inutile? (6)..... Je suis déterminé a me tirer d'ici à quelque prix que ce soit, et pour cela je compte sur votre parole.... ».

Ed alcuni mesi dopo in seguito alle pressioni di D'Alembert presso il re di Prussia, Lagrange riusciva ad abbandonare la patria!

Non è grato discorrere di questo triste periodo della storia italiana; ma è tuttavia necessario farlo quando si voglia rendersi conto della deficienza della nostra vita scientifica nella seconda metà del secolo XVIII, e della prima metà del secolo XIX. Essa è dovuta alla emigrazione dei nostri più chiari ingegni che cominciò con Lagrange e non terminò che nella seconda metà del secolo scorso. Ed è viva aspirazione e fermo proposito di ogni italiano che un tale periodo appartenga e per sempre alla storia del passato.

Torino, Gennaio 1901.

---

(1) Noterò p. es. il metodo, probabilmente originale, per trovare la derivata di x^m. (fol. 61 v., 62 r.).

(2) Lettera ad Euler del 19. 5. 1756 (Oeuvres, t. 14 p. 155).

(3) Lettera a D'Alembert del 24. 3. 1766 (Oeuvres, t. 13, p. 53).

(4) Lettera a D'Alembert del 14. 5, 1766 (Oeuvres, t. 13, p. 65, 66).

(5) Si tratta, come appare dal confronto coll'atto di nomina, del mezzo scudo di tre lire di Carlo Emanuele III, quindi lo stipendio ammontava a lire italiane 880 circa.

(6) Ho udito raccontare, dice il Bachelet, uno dei biografi di Lagrange. (Riv. contempor. a. 1870, t. 61, p. 15) che in quel tempo in cui i talenti del giovane Lagrange cominciarono a levare rumore, un personaggio influente a corte.... suggeriva sul serio di dare a quel giovane un impiego nel *controllo*.....

Digitized by Google

RECENSIONI ED ANNUNZI

E. NETTO. *Vorlesungen über Algebra.* 8.° I Bd. p. X + 388; 1896. II Bd. 1.° Lieferung. p. 192, 1898, 2.° Lieferung p. XI + 134, 1900. Leipzig Teubner [Prezzo Mk. 12 + 6 + 10].

L' A. avverte nella prefazione al 1.° volume delle sue lezioni essere suo scopo condurre il lettore con metodi puramente algebrici fino alle più recenti ricerche dell' algebra, che egli intende solo come studio delle equazioni e dei sistemi di equazioni algebriche; omette perciò tutte quelle teorie che, pur comunemente comprese tra le algebriche, non si riferiscono direttamente ad essa teoria.

Il primo volume è dedicato a quella che potrebbe dirsi la parte elementare della teoria delle equazioni; è diviso in tre sezioni che trattano rispettivamente delle proprietà generali delle funzioni razionali intiere di una variabile e delle equazioni algebriche, della risoluzione numerica delle equazioni, della risoluzione algebrica nei casi più semplici.

Premesse in una breve e concettosa introduzione le prime nozioni sui sistemi di numeri a più unità, l' A. entra subito nel cuore dell' algebra dando due dimostrazioni, l' una di Gauss, l'altra di Cauchy del teorema fondamentale dell' esistenza delle radici di un' equazione algebrica; dalla teoria dell' interpolazione e della divisibilità delle funzioni razionali intiere deduce poi la decomposizione delle funzioni razionali, la riduttibilità, o meno, di una funzione razionale intiera nel campo assoluto di razionalità, la semplificazione delle equazioni con radici multiple, lo sviluppo di una funzione razionale in serie ricorrente etc. — Segue la teoria delle funzioni simmetriche, le formule di Newton, Waring per le somme delle potenze simili delle radici di un' equazione algebrica, le equazioni a derivate parziali per le funzioni simmetriche, la trasformazione delle equazioni algebriche (trasformazione lineare, di Tschirnausen, la forma di Jerrard dell' equazione di 5. grado etc.). L' A. tratta quindi della resultante di due funzioni intiere, del discriminante di un' equazione algebrica, e dalla teoria della resultante deduce un' altra dimostrazione, di Gordan, del teorema fondamentale dell' algebra. La prima sezione termina con un capitolo dedicato alle forme quadratiche ed alle loro proprietà fondamentali.

La seconda sezione, sulla risoluzione numerica delle equazioni, è ricca di formole e risultati speciali. Alle regole di Cauchy, Newton,

Digitized by Google

Laguerre per la determinazione di un limite superiore del modulo delle radici di un' equazione, al teorema di Rolle ed allo sviluppo abbreviato di Taylor, l' A. fa seguire i teoremi di Fourier, Cartesio, Newton, Sylwester sul numero massimo delle radici reali di un' equazione a coefficienti reali, comprese in un dato intervallo: dà poi due dimostrazioni diverse del teorema di Sturm e le formole di Sylwester per le funzioni della serie di Sturm. La lezione successiva contiene, in forma personale, l' esposizione del metodo di Hermite, che dalla teoria delle forme quadratiche perviene a risultati equivalenti a quelli di Sturm; un' altra lezione è poi dedicata ai metodi di Cauchy e di Kronecker per la separazione delle radici, alla regola di Newton, ad altri teoremi particolari sulla determinazione delle radici razionali. Segue l'esposizione dei metodi di Newton, Bernoulli e più generalmente degli infiniti algoritmi, donde per iterazione si è condotti al calcolo approssimato delle radici di un' equazione e del grado della relativa approssimazione; l' A. dà infine le ricerche di Lagrange sull' equazione ai quadrati delle differenze e sullo sviluppo in frazione continua delle radici reali di un' equazione.

Meno ampia è la terza sezione, dedicata alla risoluzione algebrica. Essa contiene la risoluzione delle equazioni cubica e di 4.° grado secondo i metodi di Eulero, Hudde, Ferrari, Lagrange; la teoria delle radici dell' unità, le ricerche classiche di Lagrange, Gauss, Jacobi sull' equazione per la divisione del cerchio ed il relativo metodo di risoluzione.

Il secondo volume è diviso in due sezioni, che trattano rispettivamente dell' eliminazione e delle teorie di Galois sulle equazioni algebriche.

La prima sezione costituisce la parte più interessante e personale dell' opera: in essa l' A. si propone di riassumere i più importanti studî relativi all' eliminazione ed alla risoluzione di un sistema di equazioni algebriche, in guisa da presentare al lettore un quadro, più che è possibile, organico e completo della teoria. Premesse le proprietà fondamentali delle funzioni intiere di più variabili, definito il concetto di radice di un' equazione o di un sistema di equazioni con più incognite, l'A. prende a studiare il sistema di due equazioni algebriche con due incoguite e ne definisce l' *eliminante* e la *risultante*. Per eliminante egli intende quella funzione razionale intiera di una tra le incognite, che si ha costruendo la resultante delle due equazioni, pensate come funzioni dell' altra incognita soltanto; per risultante invece la resultante delle due forme binarie costituite dai termini di grado massimo nelle due equazioni: il grado dell' eliminante dà allora il numero delle radici comuni alle due equazioni ed è uguale al

Digitized by Google

prodotto dei loro gradi, quando la risultante è diversa da zero; quando invece questa sia nulla, ogni fattore lineare comune alle due forme diminuisce di un' unità almeno il grado dell' eliminante. Alla determinazione *effettiva* di questo grado serve la regola di Minding, che l' A. deduce dal poligono di Newton relativo ad una funzione algebrica: dà poi il metodo di Labatie, per il quale la determinazione delle radici comuni alle due equazioni è ricondotta a successive ricerche di massimi comuni divisori.

La lezione seguente contiene le proprietà fondamentali delle funzioni simmetriche di più serie di variabili; l' A. considerà quindi un sistema di m equazioni algebriche con m incognite e, riferendosi sempre al caso dianzi trattato di due equazioni, espone i metodi di eliminazione di Poisson e Bezout, sia per equazioni affatto generali, sia per sistemi particolari, il che lo conduce alla definizione di radici multiple ed infinite di un sistema, alla considerazione di sistemi, le cui equazioni abbiano comune infinite radici, ed alla classificazione, secondo Kronecker, dei sistemi secondo il loro *rango*, cioè secondo le dimensioni della varietà delle loro radici. Dalle proprietà generali dell' eliminante di un sistema l' A. deduce un teorema di Liouville, fecondo di applicazioni geometriche, e due teoremi di Noether ed Hilbert sulla rappresentazione di una funzione razionale intiera Φ, che ammetta tutte le radici, in numero finito od infinito, del sistema dato; espone quindi molto concisamente il metodo di eliminazione, delineato da Kronecker nei suoi: « Grundzüge » e dimostra il teorema esser necessarie e sufficienti $m - 1$ equazioni algebriche a definire in modo completo e senza fattori estranei un sistema qualunque di equazioni algebriche in m variabili (cioè la varietà definita dal sistema); dà infine un cenno sommario dei metodi di eliminazione di Cayley e Sylwester.

La questione dell' indipendenza, o meno, di più funzioni razionali intiere in m variabili è ricondotta dall' A. ad un problema di eliminazione, donde seguono delle relazioni interessanti tra l' eliminante ed il Jacobiano di un sistema di m funzioni razionali intiere in m variabili; l' A. definisce quindi il discriminante di un sistema di m equazioni o di una sola equazione in m incognite, assegnandone le proprietà più importanti, e dal metodo di eliminazione di Bezout deduce un teorema di Jacobi, che generalizza per un sistema *generale* di m equazioni con m incognite una formola nota di Eulero e la formola d' interpolazione di Lagrange. La lezione successiva è dedicata all' esposizione della teoria di Kronecker, della caratteristica di un sistema di equazioni; e la determinazione di questa caratteristica vien ricondotta, coi metodi di Hermite, alla determinazione della classe di una certa forma quadratica: dalla teoria delle caratteristiche l' A. deduce poi nuovamente il teorema di Bezout e la quarta dimostrazione di Gauss del teorema

Digitized by Google

fondamentale dell' algebra. La sezione termina colla risoluzione di un sistema di equazioni lineari e coll' esposizione di un importante teorema d' irriduttibilità dell' Hilbert.

Nell' ultima sezione, sui metodi di Galois e sulle equazioni algebriche, ci sembra che l' A. proceda forse troppo saltuariamente, dimostrando via via quelle verità, di cui vuole o deve fare immediata applicazione ad una od altra classe d' equazioni. Così egli è condotto dallo studio delle equazioni cicliche ed abeliane alle prime proprietà dei gruppi finiti d'operazioni e in particolare dei gruppi abeliani. La riduzione, secondo i metodi di Kronecker, delle equazioni abeliane alla successiva risoluzione di equazioni cicliche lo porta a trattare del gruppo lineare di Cauchy e dei suoi casi particolari. Seguono poi nuovamente considerazioni d'indole generale (funzioni appartenenti ad un dato gruppo, il teorema di Lagrange, composizione di un gruppo, gruppo di Galois di un' equazione, transività e intransività dei gruppi, primitività ed imprimitività etc.). Se questo modo di esporre può essere utile, in quanto di ogni verità dimostrata fa subito vedere la portata e l' ufficio, d' altra parte però nuoce forse all' unità organica ed alla chiarezza e rende più difficile al lettore il formarsi un concetto sintetico ed adeguato della teoria.

Le lezioni seguenti son tutte dedicate alle applicazioni della teoria generale: dalle prime proprietà dei numeri e dei corpi algebrici, in particolare delle espressioni radicali l' A. deduce i teoremi relativi alla risolubilità di un' equazione per radicali, la riduzione di queste equazioni a quelle il cui grado è la potenza di un numero primo p, la determinazione di queste equazioni di grado p e p^2. Segue lo studio del *casus irreductibilis* dell' equazione di 3.° grado e più generalmente della risolubilità completa o parziale di una equazione a coefficienti reali con radicali reali, l' equazione dei flessi di una cubica, le « Tripelgleichungen », le equazioni metacicliche di quinto grado. L' ultima lezione è dedicata infine allo studio dell' equazione generale di quinto grado: contiene la riduzione alle forme normali di Jerrard, Brioschi, Klein, i metodi di risoluzione di Hermite, Brioschi, Kronecker, la dimostrazione del teorema di Kronecker sulla non esistenza di risolventi con un solo parametro per essa equazione.

Questa rapida scorsa attraverso l' opera del Netto ne dimostra chiaramente l'importanza, e per la copia dei risultati e per aver, prima di tutti, cercato di riunire in un' esposizione elementare ed organica le difficili teorie dell' eliminazione, finora racchiuse solo in monografie particolari, alcune delle quali di non facile lettura. In questo e nell' aver cercato di volgarizzare i metodi aritmetici di Kronecker sta, secondo noi, il significato ed il merito principale dell' opera. Vi è di

Digitized by Google

certo qualche lieve menda, che può facilmente sfuggire in un' opera veramente ricca di risultati come è quella del Netto, e lo spirito schiettamente aritmetico a cui tutta l' opera è informata ne rende la lettura non molto facile e piana: cionostante il libro del Netto reca un notevole e prezioso contributo all' incremento dell'algebra e segna un vero progresso nella storia di questa scienza.

ONORATO NICCOLETTI.

E. LEBON. *Histoire abrégée de l'astronomie.* Avec 16 portraits. Paris, Gauthier-Villars. 1899, 8.°, p. VII + 288 [Prezzo 8 fr.].

L' A. distingue lo sviluppo storico dell' Astronomia in tre grandi epoche: *periodo antico, periodo moderno* e *periodo contemporaneo.* Il primo si chiude verso la metà del Sec. XVI, il secondo circa trecent' anni dopo e l' ultimo s' inizia verso la metà del Sec. XIX; il primo abbraccia quindi più di venti secoli, mentre tre soltanto ne comprende il secondo e circa mezzo l' ultimo; eppure la storia del primo potè venir narrata dall' A. in sole 18 pagine, mentre 84 fu necessario dedicare al secondo e 126 al terzo; questi dati numerici, coll' irresistibile eloquenza delle cifre, bastano a porgere un'idea della vertiginosa rapidità con cui, col progresso della civiltà, crebbe il numero dei cultori dell' Astronomia ed in conseguenza si aumentò il numero delle teorie che ne sono parte integrante.

Il primo dei suindicati pericoli (per usare delle parole dell'A.) « è caratterizzato da osservazioni che divengono sempre più importanti presso tutti i popoli, dalle ipotesi geniali sulla costituzione dell' universo emesse da due filosofi — Pitagora e Platone —, delle scoperte di Ipparco, e sopratutto della spiegazione data da Tolomeo pei fenomeni celesti.

« Il periodo moderno si estende dalla metà del Sec. XVI alla metà del Sec. XIX; si distingue per l' adozione dell' ipotesi razionale da Copernico proposta per spiegare i movimenti planetarî, dell' enunciazione — frutto delle lunghe e pazienti ricerche di Keplero — delle leggi che governano siffatti movimenti attorno al sole; delle inattese scoperte fatte da Galileo osservando col telescopio da lui costruito; della capitale scoperta, dovuta al genio di Newton, della legge di attrazione universale; dai nuovi metodi matematici di Lagrange e Laplace, che abilitarono a stabilire le prime teorie dei moviment degli astri del sistema solare; dal perfezionamento incessante dei telescopî che permise a Herschel di scoprire un pianeta più lontano di Saturno.

« Il periodo contemporaneo comprende la seconda metà del Secolo XIX; esso si distingue per la precisione con cui la Meccanica

Digitized by Google

celeste giunge — grazie alle dotte ricerche di matematici, di cui i più eminenti furono Le Verrier, Adams, Tisserand — a predire per epoche lontanissime, quasi senz' errore, le posizioni che occuperanno nel cielo il Sole, la Luna ed i pianeti, e sopratutto per l' applicazione che un grande numero di astronomi seppero fare delle nuove invenzioni nelle scienze fisiche, allo stndio della costituzione del Sole o delle stelle ».

Per ciascuno di questi periodi l' A. indica quali furono i Corifei, anzi di tutti dà una succosa biografia; per ciascuno segnala, non solo le investigazioni astronomiche, ma anche le opere geodetiche che vennero iniziate o condotte a termine; non solo le indagini di alta matematica che vennero sfruttate, ma anche gli apparati che furono inventati od adoperati; non solo i più decisivi lavori individuali, ma anche i frutti delle più cospicue associazioni mondiali (come ad es. l' Associazione geodetica internazionale, quella per la delineazione delle carte del cielo o per l'organizzazione del servizio metereologico), aventi scopi che più o meno s' accostano a quelli che si propone la Astronomia, intesa nel senso più largo di questa parola. Sicchè, specialmente l' ultima parte dell' opera del Sig. Lebon, fornisce al lettore una ricchissima collezione di notizie interessanti, per procurarsi le quali egli dovrebbe altrimenti assogettarsi a lunghe e faticose ricerche sulle fonti, analoghe a quelle dinanzi a cui l' A. nostro non si è arrestato.

Il libro è elegantemente stampato ed adorno dei ritratti in fototipia, perfettamente eseguiti, di alcuni eminenti cultori dell' Astronomia matematica e fisica (Copernico, Galileo, Keplero, Newton, Herschel, Laplace, Arago, Le Verrier, Faye, Janssen, Loewy, Perrier, Newcomb, Tisserand, S. Koweleswski, Poincarè (1)); esso si chiude con un « Dizionario biografico e bibliografico » e con un « Indice analitico delle materie »; quindi, se per quelle qualità estetiche verrà accolto festosamente da chi ama i libri belli, per queste solide qualità verrà cercato da chi vuol arricchire la propria biblioteca di una comoda fonte di notizie. G. L.

G. Peano. *Formulaire de Mathématique. Édition de l'an 1901.* (*tome III de l'édition complète*). Turin, Bocca et Clausen 1901, 8.° p. VIII + 230 [Prezzo L. 8].

In questa nuova edizione della sua opera, il fervente apostolo della Logica matematica in Italia ha fatto numerose modificazioni ed im-

(1) Speriamo che in una prossima edizione autore ed editore si accorderanno per aggiungere i ritratti di Gauss e Schiaparelli.

Digitized by Google

portanti aggiunte, le quali fanno fede della serietà dei metodi che egli scelse per far trionfare le proprie idee. Qualunque sia per essere il giudizio definitivo che l'avvenire è chiamato a pronunciare intorno al valore del Calcolo logico, il presente volume del *Formulario* è destinato a rimanere un'ottima opera di consultazione, capace di prestare preziosi servizi a chiunque desidera notizie storiche e bibliografiche degne di fede, non solo intorno alla Logica matematica, ma anche intorno all'*Aritmetica*, la *Teoria delle funzioni analitiche*, i *Numeri complessi* ed i *Vettori*; perciò va data lode, non solo al Prof. Peano, ma anche al suo egregio collaboratore Dott. Vacca. L'attingere notizie dal *Formulario* non è difficile grazie ai copiosi indici con cui esso si chiude. G. L.

MAX SIMON. *Analytische Geometrie des Raumes.* I *Teil: Gerade Ebene, Kugel.* Mit. 55 Figuren. Leipzig. Göschen 1900, 8.° p. 152. [Prezzo del vol. legato Mk. 4].

» — *Analytische Geometrie del Raumes.* II *Teil: Die Flächen zweiten Grades.* Mit. 29 Figuren. Leipzig, Göschen 1901, 8.° p. 176. [Prezzo del vol. legato Mk. 4. 40].

Questi due volumi — che portano i numeri IX e XXV nella nota « Sammlung Schubert » — costituiscono un trattato elementare di geometria analitica dello spazio, naturale continuazione dell'*Analytische Geometrie der Ebene* del medesimo autore, che già segnalammo ai nostri lettori (v. *Bollettino* T. III, 1900, p. 85). La nuova opera dell'egregio Professose del Liceo di Strasburgo possiede le doti di chiarezza ed eleganza di cui l'antico va adorno; e contiene esposte delle teorie che sino ad ora erano state considerate (probabilmenle a torto) come non addatte a venire introdotte ia una prima trattazione analitica della Geometria dello spazio: tali sono quelle dei complessi di sfere, della sferica analitica e dei complessi degli assi di una quadrica (per asse di una quadrica s'intende, seguendo il Reye, la perpendicolare condotta da un punto dello spazio sul relativo piano polare). Ulteriori particolari sull'architettura dell'edificio eretto dal Simon e sui materiali con cui venne costruito emergono dal seguente indice delle materie.

PARTE I.

I Cap. *Coordinate.* § 1. Il sistema di tre assi ortogonali. § 2. Distanza di due punti; equazione di un luogo geometrico. § 3. Raggi per l'origine. § 4. Due raggi. § 5. Due punti e la loro congiungente. § 6. Divisione di un segmento.

Digitized by Google

II Cap. *Piano e retta.* § 7. Il piano. § 8. Equazione generale del piano. § 9. La retta. § 10. Piano e retta. § 11. Piano e piano.

III Cap. *Il complesso lineare.* § 12. Coordinate della retta. § 13. Il complesso lineare.

IV Cap. *Principio di dualità.* § 14. Fascio di piani. § 15 Sferica analitica. § 16. Equazioni del punto in coordinate di piani. § 17. La punteggiata.

V Cap. *Trasformazione delle coordinate.* § 18. Trasformazione delle coordinate.

VI Cap. *La sfera.* § 19. Equazione della sfera; potenza di una sfera rispetto ad un punto. § 20. Piano tangente e piano polare. § 21. Il complesso lineare di sfere. § 22. L'inversione.

Parte II.

I Cap. *Le superficie di second' ordine e seconda classe in generale.* § 1. L'equazione omogenea di secondo grado tra quattro variabili. § 2. Polare e discriminante. § 3. L'elemento tagente. Divisione delle superficie. § 4. Polo e piani polari. § 5. Centro, piani diametrali e diametri. § 6. Quadriche rigate.

II Cap. *Gli assi secondo Reye.* § 7. Gli assi di Reye. § 8. Gli assi per un punto. § 9. Il complesso degli assi di un paraboloide.

III Cap. *Superficie di secondo grado improprie.* § 10. Il cono. § 11. Il cono degenere. § 12. Il cono riferito ai suoi assi. § 13. Il cilindro. § 14. Il cilindro riferito ai suoi assi. § 15. Il cilindro paraboloico.

IV Cap. *Le superficie di second' ordine a centro in generale.* § 16. Il cono asintoto. § 17. Sezioni piane. § 18. Sezioni speciali. § 19. Il complesso degli assi di una quadrica a centro rappresentata da un'equazione ridotta a forma canonica. § 20. Proprietà focali delle quadriche a centro.

V Cap. *Le superficie di second' ordine trattate separatamente.* § 21. L'ellissoide. § 22. L'iperboloide ad una falda. § 23. L'iperboloide a due falde.

VI Cap. *Il paraboloide.* § 24. Equazione canonica della superficie. § 25. Sezioni piane del paraboloide.

VII Cap. *Gli assi secondo Reye del paraboloide.* § 26. Gli assi. § 27. Il cono di assi. § 28. Proprietà focali del paraboloide. § 29. Forme dei due paraboloidi.

VIII Cap. *Cubatura delle superficie di second' ordine.* § 30. Cubatura delle superficie a centro. § 31. Cubatura del paraboloide.

G. L.

Digitized by Google

F. Müller. *Vocabulaire mathématique français-allemand et allemand-français, contenant les termes techniques employés dans les mathématiques pures et appliquées. Mathematisches Vokabularium französisch-deutsch und deutsch-französisch enthaltend die Kunstausdrücke der reinen und angewandten Mathematik. Erste Hälfte.* 4.° p. IX + 132. Leipzig. Teubner. [Prezzo Mk. 8].

È l'opera di cui demmo l'annunzio e la prefazione tradotta sin dallo scorso anno (v. *Bollettino*, T. III, p. 92-96 1900); essa corrisponde alle aspettazioni generali e — stante la grande somiglianza fra le lingue italiana e francese — riuscirà utilissima anche ai nostri connazionali. Ma un lavoro siffatto non può pretendere di essere completo e perfetto, onde noi siamo certi di interpretare il desiderio del dotto Autore invitando i nostri lettori a comunicarci le aggiunte da farsi per renderlo migliore; noi le pubblicheremo di mano in mano ci giungeranno. Intanto, per dare l'esempio, osserviamo che non ci venne fatto trovare nel *Vocabolario* del Sig. Müller: 1.° la traduzione dei termini tedeschi: *Filarevolventen*, *Planevolventen*, *Planevoluten*, ben noti ai cultori della Geometria differenziale delle curve sghembe; 2.° la nozione di *funzioni potenziali complesse* (« complexe Potential-functionen »; v. *Jahrb. üb. die Forschr. der Mathematik*, T. XXIII, 1891, p. 413) del Beltrami (*Rend. del R. Ist. Lombardo* 1887, 1891 e 1894); 3.° l'equivalente francese del termine « sphärotische Fläche » introdotto da C. Neumann (*Beiträge zur einzelnen Theilen der math. Physik*, Leipzig 1893). Potremmo aggiungere l'indicazione di parecchi nomi di curve piane speciali, ma ce ne asteniamo perchè le relative correzioni emergeranno da un'opera attualmente in corso di stampa; ed osserveremo piuttosto che una delle linee chiamata da S. Lie *Minimalcurve* e dal Darboux *lignes de longueur nulle*, se può indicarsi col nome di *courbe minimum*, non ci sembra meritare il nome di *courbe de courbure minima* suggerito dall'autore.

G. L.

K. Boehm, *Zur Integration partieller Differentialsysteme.* Leipzig, Teubner, 1900. 55 p. 8.° [Prezzo Mk 1. 80].

L'autore si propone di semplificare i criteri stabiliti dalla Signora Kowalewsky per l'integrabilità d'un sistema di m equazioni a derivate parziali tra m funzioni d'un numero qualunque di variabili, e di determinarne, quando esistono, gl'integrali sotto forma di serie di potenze, — lasciando da parte lo studio della convergenza di tali serie. Dopo aver largamente sviluppato il suo metodo per $m = 1$, egli lo estende al caso di m qualunque. — Questo è tutto quanto si

Digitized by Google

può dire dell' opuscolo del Boehm senza entrare in uno sviluppo di formole che sarebbe incompatibile colle consuetudini del *Bollettino*.

G. VIVANTI.

C. RUNGE. *Praxis der Gleichungen* (Sammlung Schubert XIV). Mit 8 Figurem. 8.° p. 196. Leipzig, Göschen 1900 [Prezzo del vol. legato Mk. 5, 20].

Come fa supporre il titolo che porta, questo libro si dirige specialmente ai cultori della matematica applicata, ai quali esso insegna tutti i metodi a cui si può oggi ricorrere da chi voglia risolvere una o più equazioni numeriche, algebriche o trascendenti. Nella I Sezione vengono studiate successivamente le equazioni lineari con una, due o parecchie incognite, e le regole insegnate sono da ultimo applicate ai noti sistemi offerti dalla teoria dei minimi quadrati. La II Sezione è consacrata alle equazioni ad un' incognita non lineari, con applicazione all' inversione delle serie. I metodi esposti vengono poi estesi nella Sezione successiva ai sistemi di equazioni non lineari e viene mostrato come essi possano applicarsi anche alle equazioni di primo grado. L' ultima Sezione concerne esclusivamente le funzioni razionali intere; ecco quali sono gli argomenti che riguardo ad esse vengono trattati: Determinazione di una funzione intera mediante i suoi coefficienti o mediante un certo numero di valori; determinazione del numero delle radici reali; calcolo delle radici reali; metodi grafici; applicazione dei logaritmi addittivi; equazioni trinomie; metodo di Graeffe per calcolare le radici; teorema di Sturm. Un grande numero di esempî numerici rende l' opera del Runge di una indiscutibile utilità pratica.

G. L.

S. PINCHERLE. *Introduzione al corso di Algebra complementare e di Geometria analitica. Appunti redatti per uso degli studenti.* Bologna, Zanichelli 1901. 8.° p. 66. [Prezzo L. 2].

« Scopo di questa introduzione », scrive l' A., « è di riassumere brevemente nelle sue parti esenziali, la genesi dei numeri reali e delle operazioni fondamentali dell'aritmetica, e di stabilire in modo preciso la corrispondenza biunivoca fra i numeri reali ed i segmenti della retta, corrispondenza che sta a fondamento della Geometria analitica ».

Quale sia la via seguita per conseguire l' intento è abbastanza dichiarato dal seguente indice di materie :

Cap. I. *I numeri razionali. A.* I numeri interi. *B.* La divisibilità. Le congruenze. *C.* I numeri frazionari.

Digitized by Google

Cap. II. *I numeri reali. A.* Classi, successioni, sezioni. *B.* I numeri irrazionali. *C.* Le potenze. *D.* Riassunto delle proprietà dell'insieme dei numeri reali.

Cap. III. *La corrispondenza fra i numeri reali ed i segmenti. A.* I postulati della retta. *B.* Misura dei segmenti di una retta.

Lo stile rigoroso, semplice e limpido con cui è scritto il presente opuscolo, rendendolo accessibile a tutti, gli assicurano larga diffusione fra la gioventù studiosa, a cui si dirige ed a cui va raccomandato.

G. L.

Annuaire pour l'an 1901, publié par le Bureau des Longitudes. Avec des notices scientifiques. Paris, Gauthier-Villars. [Prezzo 1 fr. 50, franco 1, 85].

Questo nuovo elemento della celebre serie di annuari pubblicato dall'Ufficio delle longitudini, oltre alla consueta ricchissima collezione di notizie indispensabili all'ingegnere ed allo scienziato, contiene i seguenti articoli originali, tutti, per varie ragioni, importanti:

A. Cornu. *Le transport électrique de la force.*

H. Poincaré. *Rapport sur le projet de révision de l'arc de méridien de Quito.*

M. Lœwy. *Notice sur la conférence astronomique internationale tenue a l'Observatoire de Paris en Juillet 1900.*

M. Bassot. *Notice historique sur la fondation du système métrique* (relazione documentata a cui ricorrevano tutti gli storici fautori del nostro sistema di misure).

Bouquete de la Grye. *Note sur la XIII^e^ Conférence de l'Association géodésique internationale tenue a Paris du 25 Septembre au 6 Octobre sous la présidence de M. Faye.*

Janssen. *Note sur les travaux exécutés à l'Observatoire du sommet du Mont Blanc en 1900.*

Janssen. *Les progrés de l'aéronatique. Discours prononcé le 15 Septembre 1900 à l'ouverture du Congrés d'aéronautique tenu à Meudon.*

Guyou. *Discours prononcé aux funérailles de M. de Bernadières le 4 Février 1900.*

Accrescono pregio al volume parecchie figure intercalate nel testo e tre carte magnetiche. G. L.

A. Föppl. *Vorlesungen über technische Mechanik.* III Band: *Festigkeitslehre.* II Auflage. Mit. 79 Figuren im Text. 8.° p. XVI + 472. Leipzig, Teubner, 1900 [Prezzo del vol. legato Mk. 12].

I. Ricerche generali sullo stato di tensione. II. Deformazione elastica. III. Flessione dell'asta rettilinea. IV. Il lavoro di deformazione. V.

Digitized by Google

Aste a linea mediana curva. VI. Aste su base cedevole. VII. Stabilità delle lastre piane che hanno sostegni lungo tutto il loro contorno. VIII. Stabilltà di recipienti sottoposti a pressioni interne od esterne. IX. La stabilità di torsione. X. La stabilità di schiacciamento. XI. Fondamenti della teoria matematica dell'elasticità. — Riassunto delle formole più importanti.

Prof. W. PFLIEGER. (Direktor der Realschule zu Münster in Elsass). *Elementare Planimetrie* (Sammlung Schubert II). 8.° p. VII + 430. Leipzig, Göschen, 1901. [Prezzo del vol. legato Mk. 4, 80].

I. Le figure dello spazio. II. Il segmento ed il piano. III. Figure geometriche illimitate. IV. Congruenza ed eguaglianza. V. Il circolo e l'angolo. VI. Il teorema geometrico. VII. La retta bisecante ortogonalmente un segmento e le costruzioni fondamentali. VIII. Le strisce. IX. Parallele e bisettrici. X. Intersezioni e contatti. XI. Il triangolo. XII. Paragone di superficie piane. XIII. Il problema di Apollonio. XIV. Misura, proporzionalità e similitudine. XV. I poligoni. XVI. Misura del cerchio. XVII. Forme armoniche. XVI.I. Proprietà armoniche del cerchio; affinità circolare (Kreisverwandschaft). XIX. Duplice trasformazione di due cerchi. XX. Il fascio di cerchi.

NECROLOGIO

CARLO HERMITE *di C. Jordan* (1).

La Scuola matematica francese ha testè perduto, nella persona di C. Hermite, il suo capo ed il suo maestro.

Sarebbe indubbiamente temerario volere analizzare, in fretta e sotto il colpo prodotto dalla prima emozione, la lunga serie dei suoi lavori, che ha gettata tanta luce su tutta la seconda metà del Secolo XIX. Una tale impresa esige maggior tempo ed uno spirito più riposato. Ci limiteremo, quindi, rivolgendo al nostro venerato Collega il supremo addio, che la sua modestia ci ha vietato di pronunciare sopra la sua tomba, a indicare a grandi linee, per quanto lo concederà la nostra memoria, alcune delle scoperte di cui noi siamo a lui debitori.

Nel 1843, Hermite, a vent'anni era appena entrato nella Scuola

(1) Traduzione autorizzata di un cenno necrologico inserito nei *Comptes rendus hebdomadaires des Seances de l'Académie des Sciences, N. 3* (21 Janvier 1901).

Digitized by Google

politecnica. Dietro consiglio di Liouville, egli scrisse a Jacobi per comunicargli i risultati da lui ottenuti sulla divisione delle funzioni Abeliane, funzioni allora appena conosciute. L'illustre geometra tedesco, occupato in quel momento dell'edizione delle sue Opere, non esitò a farvi figurare, a lato dei propri lavori, la lettera del suo giovane corrispondente. Egli gli scriveva poco dopo: « Non Le rincresca, Signore, se alcune delle Sue scoperte si sono incontrate con alcune mie antiche ricerche. Siccome Ella dovette cominciare dove io ho finito, esiste di necessità una piccola sfera di contatto. Ma in avvenire, se Lei mi onorerà della Sue comunicazioni, io non avrò che da imparare ».

La predizione del sommo geometra non doveva tardare a verificarsi.

Nelle quattro lettere seguenti, che Jacobi ci ha pure conservate, Hermite si era proposto anzitutto di generalizzare la teoria delle funzioni continue; ma bentosto si trovò condotto ai problemi più vasti della teoria aritmetica delle forme, ove non tardò ad ottenere risultati mirabili.

Sin dal principio dei suoi lavori, egli indica parecchi metodi per ridurre le forme quadratiche con un numero qualsivoglia di indeterminate. Un po' più tardi, l'introduzione delle variabili continue nella teoria lo conduce a scoprire delle verità più nascoste.

Egli dà la soluzione completa del problema dell'equivalenza delle forme quadratiche generali o delle forme decomponibili in fattori lineari; determina la trasformazione di queste forme in sè stesse; dimostra, con un procedimento totalmente nuovo e puramente aritmetico, i celebri teoremi di Sturm e Cauchy sopra la separazione delle radici nelle equazioni algebriche. Introduce la nozione feconda di forme quadratiche a variabili coniugate e deduce dalla loro teoria una nuova dimostrazione dei bei teoremi di Jacobi sul numero delle decomposizioni di un numero in quattro quadrati.

Egli arriva finalmente a questa meravigliosa proposizione che le radici delle equazioni algebriche a coefficienti interi e con lo stesso discriminante sono esprimibili mediante un numero limitato d'irrazionalità distinte.

Lo studio algebrico delle forme è pure l'oggetto delle sue meditazioni. La nozione di invariante, la quale domina questa teoria, era rimasta un po' confusa, sino al giorno in cui Cayley la pose in piena luce in una celebre memoria dell'anno 1858; Cayley, Sylvester e Hermite si spartirono il nuovo dominio che era stato loro dischiuso.

I loro lavori sono talmente legati fra loro da una fraterna rivalità, che sarebbe difficile e quasi neppure desiderabile il precisare la parte di ciascuno nell'opera comune. Sembra però che si possa attribuire

Digitized by Google

specialmente a Hermite la legge di reciprocità, la scoperta dei covarianti associati, quelli degli invarianti gobbi e la formazione del sistema completo dei covarianti delle forme cubiche e biquadratiche e degli invarianti delle forme del quinto ordine.

Queste importanti investigazioni d' Aritmetica e d' Algebra non bastano alla sua attività; nel contempo egli proseguiva i suoi studi sopra le trascendenti; in una serie di ricerche memorabili egli risolveva il problema dalla trasformazione delle funzioni iperellittiche, e dagli sviluppi in serie delle funzioni ellittiche egli deduceva delle formole importanti relative al numero delle classi delle forme quadratiche.

In pari tempo poneva le basi della teoria delle funzioni modulari e risolveva, sino nei particolari più minuti, la questione tanto difficile della loro trasformazione, dando così assai prima un modello a coloro che dovevano ai giorni nostri riprendere e generalizzare questa teoria.

L' impressione prodotta sui geometri dall' insieme di questi lavori è riassunta benissimo in questo motto pittoresco che noi udimmo un giorno pronunziare da Lamé: « Leggendo le memorie di Hermite, viene la pelle d' oca! ».

Nel 1856, a trentaquattro anni, Hermite entrava nell' Istituto di Francia; nel 1862 veniva creata per lui una cattedra alla Scuola Normale; poco dopo diveniva anche professore alla Scuola Politecnica ed alla Sorbona.

In quest' epoca, l' insegnamento superiore era, è necessario riconoscerlo, un po' antiquato. Le grandi scoperte mediante le quali Gauss, Abel, Jacobi, Cauchy avevano trasformata la Scienza durante un mezzo secolo, venivano passate sotto silenzio, quasi non interessassero che alcuni rari iniziati. Hermite le gettò arditamente nel dominio pubblico. Questa audacia ben intesa portò i suoi frutti: ne fa fede la nostra giovane e brillante scuola di geometri. Tutti furono allievi di Hermite e devono alle sue lezioni, ai suoi benevoli incoraggiamenti una gran parte dei loro successi.

Questa monarchia pacifica non si arrestava alle nostre frontiere: Hermite teneva corrispondenza con tutta l'Europa dotta, e dappertutto i giovani ingegni potevano fare assegnamento sopra i suoi consigli ed il suo aiuto.

Ma nè i doveri del suo insegnamento, e nemmeno l' età potevano pregiudicare la fecondità del suo spirito. Da questo secondo periodo datano infatti un grande numero di bei lavori che in nulla cedono alle opere della sua giovinezza.

Tuttavia una evoluzione sensibile si produce nell' oggetto delle sue ricerche. L' Aritmetica e l' Algebra, sino allora predominanti, stanno per cedere il passo al Calcolo integrale.

Digitized by Google

La transizione è segnalata da una Memoria celebre sulle equazioni del quinto grado, di cui egli dà la risoluzione di queste mediante le funzioni ellittiche.

Vengono poi le ricerche sull' interpolazione, su alcuni nuovi metodi di sviluppo delle funzioni in serie di polinomi, sulla continuità degli integrali definiti dipendenti da un parametro, ecc.

Nella teoria delle funzioni ellittiche, Hermite scopre una formola fondamentale che permette di decomporle in elementi semplici e, quindi, di integrarle. Egli studia, per primo, le funzioni biperiodiche di seconda specie.

Giungiamo finalmente alla memoria sulla funzione esponenziale, degno coronamento di lunghe indagini sopra gli sviluppi in frazioni continue. In essa egli mostra che il numero e è trascendente. Lindemann ha riconosciuto più tardi che altrettanto succede per π. Il problema della quadratura del circolo, invano tentato durante tanti secoli, è pertanto dimostrato irrisolubile.

È legittimo rivendicare ad Hermite una parte di questo bel risultato, dal momento che fu ottenuto imitando la via che egli aveva seguito riguardo all' esponenziale. Ora sarebbe un formarsi un' idea ben incompleta dell' ufficio degli spiriti superiori misurandoli esclusivamente sulle nuove verità che essi enunciarono esplicitamente. I metodi che essi legarono ai loro successori, lasciando loro la cura di applicarli a nuovi problemi che forse essi stessi non prevedevano, costituisce un'altra parte della loro gloria, talora anzi la principale, come lo prova l' esempio di Leibniz.

Da quasi un secolo noi lavoriamo a svolgere i germi fecondi che Gauss e Cauchy seminarono nei loro scritti; altrettanto accadrà per Hermite. Ecco altri due esempi atti a dimostrarlo:

Il notevole gruppo di sostituzioni che egli incontrò nelle sue indagini sulle funzioni Abeliane funge come elemento essenziale nella soluzione di un problema completamente diverso, cioè quello della risoluzione delle equazioni col mezzo di radicali. Si presenta ancora nella discussione della seconda variazione degli integrali definiti.

Le forme quadratiche a variabili coniugate sono la base indispensabile delle ricerche sopra la riduzione delle forme più generali, a coefficienti reali o complessi.

Hermite amava la Scienza per sè stessa e non si preoccupava delle applicazioni; esse si presentarono spontaneamente e come un di più. All' equazione di Lamé, la cui integrazione costituisce l' ultimo dei suoi lavori, egli ha collegata tutta una serie di problemi di Meccanica: rotazione di un solido, determinazione della curva elastica, oscillazioni del pendolo conico.

Per formarsi un' idea esatta del posto occupato da Hermite nel

Digitized by Google

mondo matematico, bisogna avere assistito, come accade a noi, alle indimenticabili feste del suo giubileo nel 1892. Tutti i suoi amici, i suoi discepoli si erano dati appuntamento a questa commovente cerimonia; tutte le Società scientifiche d'Europa avevano inviati indirizzi e rappresentanti.

Lo stesso anno ha assistito al giubileo di Pasteur. Oggi Pasteur e Hermite non sono più; a noi non restano che il ricordo dei loro esempi e le loro opere; ma queste bastano a rendere eterna la loro memoria.

Ci sia concesso, finendo, di esprimere un voto a nome della Sezione di Geometria.

L'opera scientifica di Hermite è assai sparsa; oltre alle memorie principali, essa abbraccia molte lettere e note disperse qua e là ma recanti tutte l'impronta dell'unghia del leone. L'Accademia si onorerebbe e renderebbe un grande servizio ai geometri curando la pubblicazione delle Opere complete di Carlo Hermite.

Elenco delle pubblicazioni di C. Hermite (1).

1842.

1. Lieu géometrique des pôles d'une section comique par rapport à une autre. Nouv. Ann. T. I.

2. Considérations sur la résolution algébrique de l'équation du cinquième degré. Nouv. Ann. T. I

1843.

3. Sur la division des fonctions abéliennes ou ultra-elliptiques. C. R. T. XVII.

1844.

4. Sur la théorie des trascendentes à différentielles algébriques. C. R. T. XVIII, Giorn. di Lionville, T. IX.

1845.

5. Principaux théorèmes de l'analyse des fonctions elliptiques. Mém. de la Soc. Scientifique de Nancy.

1846.

6. Extraits de deux lettres à M. C. G. J. Jacobi. Giorn. di Crelle. T. XXXII.

(1) Malgrado la cura posta nel compilare questo elenco (da cui ad arte escludemmo le Questioni proposte nel periodico *The Educational Times*) non ci sentiamo di garantire che esso sia completo; pronti a colmare le lacune che venissero in esso segnalate, crediamo però che esso basterà ai nostri lettori per formarsi un concetto, non disforme dal vero, della prodigiosa produzione di chi fu fino a ieri il Nestore degli analisti moderni.

(G. L.).

Digitized by Google

1848.

7. Sur la division des fonctions Abéliennes ou ultra-elliptiques. Mém. des Sav. Etr. T. X.

8. Note sur la réduction des fonctions homogènes à coefficients entiers et à deux indéterminées. Giorn. di Crelle, T. XXXVI.

9. Note sur la théorie des fonctions elliptiques. Camb. and Dubl. math. Journal, T. III.

1849.

10. Sur une question rélative à la théorie des nombres. G. di Lionville, T. XIV.

11. Sur la théorie des fonctions elliptiques. C. R. T. XXIX.

12. Démonstration élementaire d'une propriété rélative aux divisienrs de $x^2 + Ay^2$. Giorn. di Lionville, T. XIV.

1850.

13. Extraits de lettres à M. Jacobi sur différents objets de la théorie des nombre. Giorn. di Crelle T. XL.

14. Sur la théorie des formes quadratiques ternaires. Giorn. di Crelle T. XL.

1851.

15. Sur l'introduction des variables continues dans la théorie des nombres Giorn. di Crelle T. XLI, 1851, C. R. T. XXXI, 1851 [V. n. 18].

16. Mèmoire sur les fonctions algébriques. C. R. T. XXXII.

17. Mémoire relatif aux fonctions à doubles pèriodes. C. R. T. XXXII.

1852.

18. Sur l'introduction des variables continues dans la théorie des nombres. C. R. T. XXXIV [V. n. 15].

19. Sur l'extension du théorème de M. Sturm à un système d'équations simultanées. C. R. T. XXXV.

1853.

20. Un théorème de Fermat. Nouv. Ann. T. XII.

21. Remarques sur le théorème de M. Sturm. C. R. T. XXXVI.

22. Mémoire sur la décomposition d'un nombre en quatre carrés. C. R. T. XXXVII.

1854.

23. Sur un mémoire de M. Cayley relatif aux dèterminants gauches. Cambridge and Dublin math. Journal. T. IX.

24. Sur la théorie des fouctions homogènes à deux indéterminées. I, II. Camb. and Dubl. math. Journal T. IX, G. di Crelle T. LII.

25. Sur la thëorie des formes quadratiques ternaires indéfinies. Giorn. di Crelle T. XLVII.

26. Sur la théorie des formes quadratiques I, II. Giorn. di Crelle T. XLVII.

Digitized by Google

1855.

27. Sur la théorie de la transformation des fonctions abéliennes. C. R. T. XL.

28. Remarques sur un théorème de M. Cauchy. C. R. T. XLI.

1856.

29. Extrait d'une lettre à M. Borchardt de Berlin sur le nombre des racines d'une équation algébrique comprises entre des limites données. Giorn. di Crelle T. XLII.

1857.

30. Sur le nombre limité d'irrationalités auxquelles se réduisent les racines des équations à coefficients entiers complexes. C. R. XLIV.

31. Extrait d'une lettre à M. Borchardt sur le nombre limité d'irrationalités auxquelles se réduisent les racines des équations à coefficients entiers complexes d'un degré et d'un discriminant donné. Giorn. di Crelle T. LIII.

32. Extrait d'une lettre à M. Borchardt sur l'invariabilité du nombre des carrés positifs et des carrés négatif dans la transformation des polynômes homogènes du second degré. Giorn. di Crelle T. LIII.

33. Sur les formes cubiques à deux indéterminées. Quart. Journ. T. I.

34. Corréspondance avec M. Cayley sur les cubiques temaires. Quart. Journ. T. I.

35. Sur le nombre de solutions entières et positives de l'équation $ax + + ly + cz +$ etc. $= n$. Quart. Journ. T. I.

1858.

36. Sur quelques formules relatives à la transformation des fonctions elliptiques. G. di Liouville 2.a Serie T. III.

37. Sur la théorie des formes cubiques à trois indéterminées. G. di Liouville 2.a Serie T. III.

38. Sur la résolution de l'équation du quatrième degré. C. R. T. XLVI.

39. Sur quelques théorèmes d'algébre et la résolution de l'équation du quatrième degré. C. R. T. XLVI.

40. Sur quelques formules relatives à la transformation des fonctions elliptiques. C. R. T. XLVI.

41. Sur la résolution de l'équation du cinquième degré. C. R. T. XLVI. Annali di Mat. T. I.

1859.

42. Sur la théorie des équations modulaires. C. R. T. XLVIII e XLIX.

43. Sur l'abaissement de l'équation modulaire du huitième degré. Annali di Matem. T. II.

44. Sur l'interpolation. C. R. T. XLVIII.

45. Sur la rêduction des formes cubiques à deux indéterminées. C. R. T. XLVIII.

46. Sur la théorie des équations modulaires et le résolution de l'équation du cinquième degré. Paris.

Digitized by Google

1860.

47. Sur le résultant de trois formes quadratiques ternaires, extrait d'une lettre à M. Borchardt. Giorn. di Crelle, T. LVII.

48. Sur l'invariant du 18^{me} ordre des formes du cinquième degré et sur le rôle qu'il joue dans la résolution de l'equation du cinquième degré, extrait de deux lettres à l'éditeur (C. W. Borchardt). Giorn. di Crelle, T. LIX.

49. Sur la transformation du troisième ordre des fonctions elliptiques, entrait d'une lettre à l'éditeur (C. W. Borchardt). Giorn. di Crelle T. LX, Annali di Matem. T. IV.

50. Sur la théorie des nombres. C. R. T. LIII.

1861.

51. Traité élémentaire de Calcul différentiel et de Calcul intégrale, par S. I. Lacroix 6.e édition. V. anche le ed. successive, l'ultima delle quali (IX.ª) porta la data 1881, revue et augumentée de Notes par M M. Hermite et J. A. Serret. Paris, Vol. I, 1861; Vol. II, 1862.

1862.

52. Sur la théorie des formes quadratiques. C. R. T. LV.

53. Sur la théorie des fooctions elliptiques et ses applications à l'arithmétique. C. R. T. LV, G. di Liouville. 2.a Serie, T. VII.

1863.

54. Sur la théorie des fonctions elliptiques. C. R. T. LVII.

55. Sur les fonctions de sept lettres. C. R. T. LVII.

1864.

56. Sur un nouveau développement en série des fonctions. C. R. T. LVIII.

57. Sur quelques formules relatives aux modules dans la théorie des fonctions elliptiques. G. di Liouville, 2.a Serie, T. IX.

58. Remarques sur le développement de cos am. u G. di Liouville, Serie 2.a, T. IX.

59. Sur les théorèmes de M. Kronecker relatifs aux formes quadratiques. G. di Liouville, Serie II, T. IX.

60. Extrait d'une lettre à M. Brioschi. Giorn. di Grelle, T. LXIII.

1865.

61. Extrait d'une lettre à M. Borchardt. Giorn. di Crelle, T. LXIV.

62. Sur quelques développements en série de fonctions de plusieurs variables. C. R. T. LX.

63. Sur l'équation du cinquième degré. C. R. T. LXI.

64. Sur l'équation du cinquième degré. C. R. T. LXII.

1866.

65. Sur le rayon de courbure des courbes gauches. Nouv. Ann. de Math., 2.a Serie, T. V.

Digitized by Google

1867.

66. Sur l'intégrale $\int \frac{x^m\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$. Annali di Matem. 2.a Serie, T. I.

1868.

67. Sur le développement en série des intégrales elliptiques de première et de seconde espèce. Annali di Matem. 2.a Serie, T. II.

1869.

68. Sur l'intégrale $\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{(a-n)\sqrt{1-n^2}}$. Annali di Mat., 2.a Serie, T. III.

69. Sur la transcendante E_n. Annali di Mat., 2.a Serie, T. III.

70. Sur l'expression du module des transcendantes elliptiques, en fonction du quotient de deux périodes. Annali di Mat. 2.a Serie, T. III.

1870.

71. Sur l'intégrale $\int_{-1}^{+1} \frac{\operatorname{sen} a\ \mathrm{d}\ x}{1-2\,x\cos a+x^2}$. Bull. des Sciences Math., T. I.

1871.

72. Sur la construction géométrique de l'équation relative à l'addition des intégrales elliptiques de première espèce. Bull. des Sciences math., T. II.

1872.

73. Sur l'intégration des fonctions circulaires. Proc. of the London math. Soc. T. IV.

74. On the elimination of arbitrary functions. Messenger of Math., 2.a Serie, T. II.

75. Sur l'intégration des fonctions rationnelles. Nouv. Ann. de Math. 2. Serie, T. XI, 1872; Ann. de l'Ecole norm. sup. 2. Serie T. I.

76. Sur l'équation $x^3+y^3=z^3+u^3$. Nouv. Ann. de Math. 2.a Serie, T. XI.

1873.

77. Extrait d'une lettre à M. Borchardt (sur quelques approximations algébriques). Giorn. di Crelle T. LXXVI.

78. Extrait d'une lettre à M. Paul Gordan (sur l'expression $U \operatorname{sen} x + V \cos x + W$), Giorn. di Crelle T. LXXVI.

79. On an application of the theory of unicursal curves. Proc. of the London math. Society, T. IV.

80. Sur la fonction exponentielle. C. R. T. LXXVII. [V. n. 83].

81. Sur l'irrationalité de la base des logarithmes hyperboliques. Rep. of the Brit. An. 1873; Messenger of Mathematics, 2.a Serie, T. III.

Digitized by Google

82. Sur une équation transcendante. Bull· des Sciences math. T. IV.

83. Cours d'analyse de l'Ecole polytéchnique. T. I. Paris.

1874.

84. Sur la fonction exponentielle. Paris. [V. n. 79].

85. Sur quelques intégrales indéfinies. Journ. de l'Ec. pol. XLIV Cah.

86. Extrait d'une lettre à M. Borchardt sur la transformation des formes quadratiques ternaires en elles mêmes. Giorn. di Crelle T. LXXVIII.

87. Sur l'intégrale $\int_0^{\pi} \left(\frac{\operatorname{sen}^2 x}{1 - 2a \cos x + a^2} \right)^n dx$. Nouv. Correspondance math. T. I.

1875.

88. Extrait d'une lettre à M. L. Fuchs de Gottingue (sur quelques équations différentielles linéaires). Giorn. di Crelle, T. LXXIX.

89. Extrait d'une lettre à M. Borchardt sur la transformation des formes quadratiques ternaires en elles mêmes. Giorn. di Crelle, T. LXXIX.

90. Lettre à M. Borchardt sur la fonction de Jacob Bernoulli. Giorn. di Crelle, T. LXXIX.

91. Sur le développement de l'inverse du sinus d'amplitude et de son carré, suivant les puissances croissantes de la variables, Assoc. française.

1876.

92. Sur les cartes topographiques. C. R. T. LXXXII.

93. Extrait d'une lettre à M. L. Königsberger sur le développement des fonctions elliptiques suivant les puissances croissantes de la variable. Giorn. di Crelle. T. LXXXI.

94. Extrait d'une lettre à M. Borchardt (sur les nombres de Bernoulli). Giorn. di Crelle T. LXXXI.

95. Sur une formule de M. Delauny. Nouv. Corrésp. math. T. II.

96. Lettre à M. Gordan. Math. Annalen. T. X.

97. Question 95. Nouv. Corr. math. T. II.

98. Sur un théorème d'Eisenstein. Proc. of the Lond. math. Society. T. VII.

99. Sur un exemple de réduction d'intégrales abéliennes aux fonctions elliptiques· An. de la Soc. scientifique de Bruxelles. T. I. B.

100. Sur les developpements de la fonction $F(x) = sn^a x \cdot cn^b x \cdot dn^c x$ où les exposants sont entiers. Stockholm Akad. Handl. Bihang. T. III.

1877.

101. Extrait d'une lettre adressée à M. L. Fuchs (recherche des coordonnées d'une cubiques en fonction explicite d'un paramètre). Giorn. di Crelle T. LXXXII.

102. Études de M. Sylvester sur la théorie algébrique des formes. C. R. T. LXXXIV.

103. Sur quelques applications des fonctions elliptiques C. R. T. LXXXV. [V. nn. 103, 113, 118, 124, 132, 156].

Digitized by Google

1878.

104. Sur quelques applications des fonctions elliptiques. C. R. T. LXXXVI. [V. nn. 102, 113, 118, 124, 132, 156].

105. Sur la théorie des fonctions sphériques. C. R. T. LXXXVI.

106. Sur la formule de Maclaurin (Extrait d'une lettre à M. Borchardt). Giorn. di Crelle T. LXXXIV.

107. Sur la formule d'interpolation de Lagrange. (Extrait d'une lettre à M. Borchardt). Giorn. di Crelle. T. LXXXIV.

108. Extrait d'une lettre à M. Lindemann (observations algébriques sur les courbes planes). Giorn. di Crelle T. LXXXIV.

109. Sur le pendule. (Extrait d'une lettre adressée à M. Gylden de Stockholm). Giorn. di Crelle T. LXXXVI.

110. Note sur une formule de Jacobi. Mém. de la Société royale des Sc. de Liége, 2.a Serie, T. VI.

111. Sur l'équation de Lamé. Ann. di Matematica, 2.a Serie. T. IX.

112. Sur la décomposition des fractions rationnelles en fractions simples. Ann. de la Soc. scientifiques de Bruxelles, T. II. B.

113. Sur les formules de M. Frenet. Giorn. di Teixeira, T. I.

1879.

114. Sur quelques applications des fonctions elliptiques. C. R. T. LXXXIX (V. nn. 102, 103, 118, 124, 132, 156).

115. Equations différentielles linéaires. Bull. des Sciences math., 2. Serie T. III.

116 Sur l'intégrale $\int_0^1 \frac{z^{a-1} - z^{-a}}{1-z}\, dz$. Atti della R. Accad. di Torino, T. XIV.

117. Sur l'indice des fractions rationnelles. Bull. de la Soc. math. de France, T. VII.

118. Sur l'integrale $\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x)\, d\, x$ Giorn. di Teineira, T. II.

1880.

119. Sur quelques applications des fonctions elliptiques. C. R. T. XC. (V. nn. 102, 103, 113, 124, 132, 156).

120. Sur une proposition de la théorie des fonctions elliptiques. C. R. T. XC.

121. Sur la série de Fourier et autres représentations analytiques des fonctions d'une variable réelle. C. R. T. XCI.

122. Sur une formule d'Euler. Journ. de Math., 3.e Serie, T. VI.

123. Sur une extension donnée à la théorie des fractions continues par M. Tchébychef. (Extrait d'une lettre à M. Borchardt). Giorn. di Crelle, T. LXXXVIII.

Digitized by Google

124. Sur l'intégration de l'équation différentielle de Lamé. (Extrait d'une lettre adressée à M. E. Heine). Giorn. di Crelle. T. LXXXIX.

1881.

125. Sur quelques applications des fonctions elliptiques. C. R. T. XCIII. [V. nn. 102, 103, 113, 118, 132, 156].

126. Extrait d'une lettre à M. Gyldén. Astron. Nachrichten No 2402.

127. Sur les fontions $\Theta(x)$ et $H(x)$ de Jacobi Collectanea matem. in mem. D. Chelini, Milano.

128. Sur une série. Mathésis, T. I.

129. Sur une représentation analytique des fonctions, au moyen des transcendantes elliptiques. Extrait d'une lettre à M. Dini. Annali di Matem. 2.a Serie, T. X.

130. Sur les équations différentielles linéaires du second ordre. Anuali di Matem., 2.a Serie, T. X.

131. Sur l'intégrale Eulérienne de seconde espèce. (Extrait d'une lettre adressée à M. Schwarz di Gottingue). Giorn. di Crelle T. XC.

132. Sur quelques points de la théorie des fonctions. (Extrait d'une lettre à M. Mittag-Leffler). Giorn. di Crelle T. XCI; Bull. des Sciences math. 2.a Serie, T. V; Act. Soc. Fennicae, T. XII, Helsingfors.

1882.

133. Sur quelques applications des fonctions elliptiques. T. XCIV. [V. nn. 102, 103, 113, 118, 124, 156].

134. Sur l'intégrale elliptique de troisième espèce. C. R. T. XCIV.

135. Sur une application du théorème de M. Mittag-Leffler dans la théorie des fonctions. (Extrait d'une lettre adressés à M. Mittag-Leffler). Giorn. di Crelle T. XCII; Act. Soc. Feuniecae T. XII, Helsingfors.

136. Cours de la Facolté des Sciences sur les intégrales définies, la théorie des fonctions d'une variable imaginaire et les fonctions elliptiques. (Litographié). Paris [V. nn. 161, 174].

1883.

137. Remarque au sujet de cette note (Lipschitz, *Sur un point de la théorie des fonctions elliptiques*). C. R. T. XCVII.

138. Sur une relation donnée par M. Cayley dans la théorie des fonctions elliptiques. Acta mathem. T. I.

139. Sur quelques points de la théorie des nombres. Acta mathem. T. II.

140. Sur la fonctions $sn^a x$. Acta Soc. Fennicae, T. XII, Helsingfors.

141. Sur une formule relative à la théorie des fonctions d'une variable. Amer. Journal T. VI.

142. Sur les produits infinis. Giorn. di Teixeira T. VI.

143. Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques aux fonctions de première, de seconde et de troisième espèce. Bull. des Sc. mathem. 2.ª serie, T. VII.

144. Extract from a letter to Mr. Sylvester. Amer. Journal. T. VI.

Digitized by Google

1884.

145. Sur un développement au fraction continue. Acta mathem. T. IV.

146. Sur l'usage des produits infinis dans la théorie des fonctions elliptiques. Acta mathem. T. IV.

1885.

147. Note au sujet de la communication de M. STIELTJES (*Sur une fonction uniforme*). C. R. T. CI.

148. Discours prononcé aux obsèques de M. Bouquet. C. R. T. CI.

149. Sur les fonctions holomorphes. Journ. de Mathem. 4.a Serie, T. I.

150. Sur quelques conséquences arithmétiques des formules de la théorie des fonctions elliptiques. Acta math. T. V.

151. Note (all'*Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite par M.* OBRASTROFF). Bull. des Sciences math. 2.a Serie, T. IX.

152. Sur la théorie des fractions continues. Bull. des Sciences math. 2.a Serie, T. IX.

153. Sur une application de la théorie des fonctions doublement périodiques de seconde espèce. Ann. de l'Ec. normale sup., 3.a Serie, T. II.

154. Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques, extrait d'une lettro à M. le prof. Chrystal. Proc. of the R. Soc. of Edimburgh, T. XII.

155. Sur une identité trigonométrique. Nouv. Ann. de Mathem., 3.a serie T. IV.

1886.

156. Rosenhain. C. R. T. CIV.

157. Sur quelques applications des fonctions elliptiques, Paris. [V. nn. 102, 103, 113, 118, 124, 132].

158. Sur les valeurs asymptotiques de quelques fonctions numériques. (Extrait d'une lettre adressée à M. Fuchs). Giorn. di Crelle T. XCIX.

159. Remarques sur les formes quadratiques de déterminant négatif. Bull. des Sciences math, 2.a Serie, T. X.

160. Extraits de deux lettres adressées à M. Craig. Amer. Journal., T. IX.

1887.

161. Remarques arithmétiques sur quelques formules de la théorie des fonctions elliptiques. Giorn. di Crelle, T. C.

162. Cours de la Faculté des Sciences. Rédigé en 1882 par M. Andoyer, élève à l'Ecole normale. 3.e éd. revue par M. Hermite. (Lithographié). Paris. [V. nn. 135, 174]·

1888.

163. Remarques sur la décomposition en éléments simples des fonctions doublement périodiques. Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse, T. II.

164. Sur la tranformation de l'intégrale elliptique de seconde espèce. Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse. T. II.

165. Sur un mémoire de Laguerre, concernant les équations algébriques. Mem. dell'Accademia pontificia dei nuovi Lincei, T. III.

Digitized by Google

166. Démonstration nouvelle d'une formule relative aux intégrales Eulériennes de seconde espèce. Extrait d'une lettre adressée à M. Lerch. Sitzungsberichte der k. böhm. Ges. der Wissensch., Prag.

167. Snr la transformation de l'intégrale elliptique de seconde espèce. Extrait d'une lettre adressée à M. M. Lerch. Mem. della Soc. delle Scienze di Boemia, VII Serie, T. II.

1889.

168. Discours pronuncé aux funérailles de M. Halphen. C. R. T. CVIII.

169. Discours lu dans la séance publique annuelle du lundi 30 décembre 1889. C. R. T. CIX.

1890.

170. Sur les polynômes de Legendre. Extrait d'une lettre adressées à M. F. Caspary. Giorn. di Crelle T. CVII.

171. Sur les racines de la fonction sphérique de seconde espèce. Extrait d'une lettre à M. Lerch. Ann. de la Fac. des Sciences de Toulouse. T. IV.

172. Sur les polynômes de Legendre. Rendic. del Circolo matematico di Palermo, T. IV.

173. Discours prononcé à l'inauguration de la nouvelle Sorbonne. Bull. des Sciences math., 2.a Serie, T. XIV.

1891.

174. Sur une formule de Jacobi concernant l'intégrale elliptique à module imaginaire. Mittheil. der Hamburg. math. Gesellschaft. T. III.

175. Leçons sur les intégrales définies, la théorie des fonctions d'une variable imaginaire et les fonctions elliptiques, faites à la Faculté des Sciences. 4.e éd. entiérement réfondue. (Lithografié). Paris. [V. nn. 135, 161].

1892.

176. Note sur M. Kronecker. C. R. T. CXIV.

177. Sur la transformation des fonctions elliptiques. Rend. del Circolo matem. di Palermo, T. V.

178. Sur la transformation des fonctions elliptiques. Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse, T. VI.

179. Sur l'addition des arguments dans les fonctions elliptiques. Giorn. di Teixeira. T. XI.

180. Sur la transformation des fonctions elliptiques. Rozpravy êeske Akad. cisâre Frantiska Josefa, T. I, Prag.

1893.

181. Notice sur les travaux de M. Kummer. C. R. T. CXVI.

182. Discours [Nell'opuscolo: « *1822-1892. Jubilé de M. Hermite (24 Décembre)* ». Paris, 1893].

183. Sur une extension de la formule de Stirling. Math. Ann. T. XLI.

184. Sur la généralisation des fractions continues algébriques. Extrait d'une lettre à M. Pincherle. Annali di Matem., 2.a Serie, T. XXI.

Digitized by Google

185. Remarque sur la définition du logarithme des quantitës imaginaires Casopis. T. XXII.

1894.

186. Note sur la théorie des fonctions elliptiques. Paris [inserite anche nelle ed. 4. e 5. del *Calcul différentiel* di J. A. Serret].

187. Remarques sur les nombres de Bernoulli et les nombres d'Euler. Sitzunzsber. der k. böhm. Ges. der Wiess.

188. Sur la fonction Eulérienne. Extrait d'une lettre à M. Ed. Weyr. Casopis, T. XXIII.

189. Sur une intégrale définie. Extrait d'une lettre à M. Ed. Weyr. Casopis, T. XXIII.

190. Sur les polynômes entiers à une variable. Nyt Tidsskrift for Math. T. V B.

1895.

191. Notice sur M. Cayley. C. R. T. CXX.

192. Sur le logarithme de la fonction gamma. Americ. Journal T. XVII.

193. Extrait d'une lettre adressée à M. Craig. Amer. Journal T. XVII.

194. Sur la fonction log $\Gamma(a)$. Giorn. di Crelle. T. CXV.

195. Sur l'équation bicarrée. Mathésis. 2.a Serie, T. V.

196. Sur le nombres de Bernoulli. Mathésis 2. Serie T. V. Supplem.

197. Extrait d'une lettre. Bull. intern. de l'Acad. de l'Emp. François Joseph. T. I. Prag.

198. Appell et Goursat, *Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales*. Avec une préface de M. Hermite. Paris, 1895.

1896.

199. Sur les polynômes de Bernoulli. Extrait d'une corréspondence entre M. Sonin et M. Hermite. Giorn. di Crelle, T. CXVI.

200. Sur une extension du théorème de Laureut. Extrait d'une lettre à M. L. Fuchs. Giorn. di Crelle T. CXVI.

201. Sur une formule de M. Fontené. Bull. des Sciences math., 2. Serie. T. XX.

1897.

202. Notice sur M. Weierstrass. C. R. T. CXXIV.

203. Notice sur M. F. Brioschi. C. R. T. CXXV, 1897 [trad. ital. in questo *Bollettino*, T. I, 1898 (1)].

---

(1) A proposito di tale traduzione l' Hermite scrisse (in data 2 Marzo 1898) al direttore di questo periodico una lettera che si giudica opportuno di riprodurre qui tradotta, come illustrante i rapporti di amicizia che egli ebbe col Brioschi.

« La Sua intenzione di pubblicare una traduzione della mia Necrologia di Brioschi, di cui Ella mi dà comunicazione in termini tanto lusinghieri, mi commove estremamente. Non è un' autorizzazione che io Le do ora, sono i ringraziamenti più sinceri che io La prego di gradire, nel mentre Le esprimo quanto io mi senta onorato di essere scelto a manifestare il Suo rammarico ed i Suoi sentimenti di ammirazione pel grande matematico, per l' uomo eccellente per tante ragioni che abbiamo perduto. Quanto egli mi manca; quanto, nelle circostanze attuali, io sarei stato felice di confidargli le mie inquietudini, col consueto abbandono dell' amicizia! L' Analisi non era il solo tema delle nostre conversazioni e delle nostra corrispondenza;

Digitized by Google

204. Sur quelques développements en séries dans la théorie des fonctions elliptiques. Nel vol. pubblicato « In memoriam N. J. Lobatschevisckij », Kasan.

205. Sur quelques propositions fondamentales de la théorie des fonctions elliptiques. Papers read at the internat. mathem. Congress, Chicago.

206. Question 951. L'Intermédiaire des mathématiciens, T. IV.

1898.

207. Expression approchée de l'aire du segment d'une courbe. Mem. della Soc. di Kasan, 2.a Serie, T. VIII.

208. De la sommation d'une série considérée par Abel. Mem. della Soc. di Kasan, 2.a Serie, T. VIII.

209. Oeuvres mathématiques de Riemann, traduites par M. L. Laugel, avec une préface de Ch. Hermite, Paris.

1899.

210. Extrait d'une lettre à M. Lindelöf. Ofv. af Finska Vetenskaps Soc. Förhand., T. XL.

1900.

211. Extrait de la correspondance entre M. Ch. Hermite et V. A. Anissimoff sur la forme des intégrales des équations différentielles à coefficients périodiques. Recueil. math. publié par la Soc. math. de Moscou, T. XXI.

212. Extraits de quelques lettres à M. S. Pincherle. Annali di Matem., 3.a Serie, T. V.

1901.

213. Sulle frazioni continue. Le matematiche pure ed applicate, T. I.

NOTIZIE

ONORANZE AD EUGENIO BELTRAMI. — La facoltà di Scienze della Università di Roma, per onorare la memoria del Prof. Eugenio Beltrami, si fece iniziatrice di una sottoscrizione internazionale, i cui frutti saranno destinati alla pubblicazione delle opere complete dell'insigne scienziato, ed alla istituzione di un premio che ne ricordi ai giovani il nome illustre.

noi passavamo dall'Algebra e dal Calcolo integrale all'occupazione di Roma, a Cairoli, a Crispi, all'ore turbate e pericolose che il nostro tempo ha spesso attraversate. La sua parola aveva per me il valore che dà l'esercizio delle alte funzioni che egli ha esercitate; io non l'udrò più, ma ne è rimasta l'eco, assieme all'impressione indimenticabile della sua lealtà semplice e franca. Brioschi ha legato a Lei ed a tutti coloro che lo conobbero un ricordo pieno di rimpianto, di rispetto e d'onore; io ne sarò fedelmente e per sempre il guardiano, è dal profondo del cuore che Glielo assicuro, rinnovandole l'espressione della mia gratitudine e pregandola di credere ai miei sentimenti di alta stima e più profonda simpatia ».

Digitized by Google

La Facoltà si rivolge perciò a tutti i cultori della Scienza, sperando nel loro appoggio. Qualunque offerta verrà raccolta con grato animo; a chi sottoscriverà per una somma non inferiore a L. 50 (in oro per l'estero) sarà inviata una copia delle opere complete (tre o quattro grossi volumi di 2000 pagine complessive).

Le offerte devono essere dirette all'Ing. Isaia Sonzogno, Segretario della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Piazza S. Pietro in Vincoli 5, Roma.

D'altronde la facoltà di Scienze della Università di Pavia, pochi giorni dopo la grave perdita del più eminente dei suoi membri, il prof. Eugenio Beltrami, deliberava che in quella Università dovesse erigersi un ricordo allo scienziato geniale, all'Uomo che alle somme qualità della mente unì le più pregevoli virtù dell'animo.

In quella Università egli fu iniziato agli studi matematici, in essa egli ritornò quando il suo nome era divenuto illustre nel mondo scientifico, e per quindici anni, durante l'epoca più feconda della sua attività, dettò lezioni impareggiabili per chiarezza di esposizione e profondità di dottrina. È quindi giusto che la sua memoria sia degnamente onorata nell'Ateneo, che è anche il centro dell'alta coltura per la regione che a lui diede i natali.

Il Comitato, eletto dalla Facoltà di Scienze (*Presidenza onoraria:* G. Celoria, L. Cremona, G. Schiaparelli; *Presidente effettivo:* L. Maggi; *Membri:* F. Aschieri, L. Berzolari, C. Formenti, E. Pascal, C. Somigliana) per raccogliere i fondi necessari al nobile intento, non teme che l'opera sua possa essere, anche in piccola misura, di impedimento a quelle altre onoranze di carattere nazionale, o forse più vasto, che altrove saranno tributate ad Eugenio Beltrani. E ricordando la stima universale, il grandissimo affetto di cui egli era circondato quando viveva fra noi, ha sicura fiducia che l'iniziativa della Facoltà sarà appoggiata e sostenuta da quanti hanno avuto la fortuna di conoscerlo e di apprezzarlo.

Col titolo *Solenne commemorazione del Professore Eugenio Beltrami, Senatore del Regno, n. in Cremona il 16 Novembre 1835, m. in Roma il 18 Febbraio 1900, 24 Giugno 1900* (Cremona Fezzi, 1900), venne pubblicato, per cura del Municipio di Cremona, un elegante opuscolo, adorno di un bel ritratto dell'illustre estinto, il cui principale contenuto è formato dall'interessante elogio pronunciato dal Prof. Francesco Porro, per incarico dell'autorità cittadina del luogo ove vide la luce l'autore del « Saggio d'interpretazione della geometria non-euclidea ».

Segnaliamo finalmente ai nostri lettori l'opuscolo del Prof. E. Pascal, di recente edito da U. Hoepli col titolo: EUGENIO BELTRAMI. *Discorso letto al R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere nell'adunanza solenne del 10 gennaio 1901.*

Marco Bertolone, Direttore-Gerente

Genova - Tipografia R. Istituto Sordo-muti - 1901.

Digitized by Google

Aprile, Maggio e Giugno 1901.

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA
E STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA DI

GINO LORIA

Editore: **Carlo Clausen**, Torino — Del *Bollettino* si pubblicheranno ogni anno quattro fascicoli di almeno 32 pag. — Prezzo d'abbonamento annuo: Per l'interno L. 6, per l'estero Fr. 7.50. Numeri separati L. 2 caduno. — Gli articoli da inserirsi si mandino al *Prof. G. Loria*, Università di Genova.

SOMMARIO

G. Vacca. *Sulla versiera.*

Recensioni ed annunzi: W. Ahrens. *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* [G. L.]. - Stolz und Gmeiner. *Theoretische Arithmetick.* I [G. Vivanti]. — Scheffers G. *Einführung in die Theorie der Curven* [G. L.]. — Ricci. *Algebra complementare* [F. Giudice]. — Puccini E. *Il concetto dell'infinitesimo* [G. L.]. — Heger, *Fünfstellige logarithmische und gonlometrische Tafeln.*

Programmi e riassunti di corsi universitari: Università di Pisa. Corso di Geometria superiore [E. Bertini].

Necrologie. *E. B. Christoffel — O. Boëklen.*

Notizie: I premi dell'Istituto di Francia. — Tema proposto dall'Acc. di Madrid. — Tema riproposto dall'Acc. di Berlino. — Congresso internazionale di filosofia. — Correzioni ed aggiunte all'Elenco delle pubblicazioni di C. Hermite. — *Verein zur Förderung des Unterrichts.* — Catalogo generale della Libreria Italiana. — Monumento a F. Brioschi. — Pubblicazioni recenti sulla storia delle matematiche. — Questione proposta dall'Acc. di Danimarca. — Nel giornalismo matematico.

SULLA VERSIERA.

Nota di G. Vacca.

Parecchi autori si sono occupati di questa notevole curva (1): abitualmente la si fa risalire a Maria Gaetana Agnesi. Io mi propongo però di far conoscere come questa curva fosse già nota a Guido Grandi fin dal 1703, il quale già ne aveva allora misurata l'area, ed indicata una costruzione semplice; e come poi lo stesso Grandi le abbia imposto il nome che essa porta attualmente, nel 1718.

Il primo scritto di questo matematico è la « *Quadratura circuli et hyperbolae* » etc., stampata a Pisa nel 1703 e ristampata nel 1710.

La proposizione IV dice:

« Esto semicirculus... circa diameter 1K (2) cuius ab altero extremo

(1) In quasi tutti i trattati di calcolo va sotto il nome di *visiera*, o *versiera* di Agnesi, sebbene essa non se ne attribuisca l'invenzione. Questa curva è stata oggetto di uno studio del Prof. Gino Loria (*Versiera, vistera e pseudo-versiera*, Bibl. mathematica 1897, p. 7, 33) e di parecchie domande nell'*Intermédiaire des Mathématiciens*.

(2) Il lettore è pregato di eseguire da sè le figure.

Digitized by Google

in alterius extremi tangentem KG... inclinatam IG secet peripheriam in H unde ordinetur sinus HL...

... ordinetur GD diametro IK parallela, aequalis autem ipsi IL, atque hoc semper fiat quousque per puncta D... transeat curva...

« ... Dico spatium DIKLG... ad partes G infinite extensum duplum esse quadrantis IKB... ».

In seguito nelle « *Note al trattato del Galileo del Moto naturalmente accelerato, del Padre Abate D. Guido Grandi* » (Opere di Galileo Galilei, tomo terzo Firenze, 1718) si trova il passo seguente: (p. 393) « ... la scala delle velocità sarebbe quella curva, che io descrivo nel mio libro delle quadrature alla prop. 4, nata da' seni versi, che da me suole chiamarsi la *versiera*, in latino però *versoria*...

« Stimo bene, attesa l'utilità che può ricavarsi in Meccanica da questa curva, il darne ora questa facile descrizione...

« Sia il mezzo cerchio ADBT, e nel punto estremo A lo tocchi la retta AE, a cui dall'altro termine del diametro T si conducano le rette TK, TE, seganti la periferia in D, B, ed ordinate le DS, BN nel semicircolo si compiscano i rettangoli KASC, EANV. La curva che passa pei punti A, C, V,... così determinati è la nostra *Versiera*... ».

Infine, nell'opera postuma di Newton: « *Method of Fluxions and Infinite Series* », pubblicata da John Colson soltanto nel 1736-37, (pag. 97 della traduz. di Buffon, Paris, 1740) si ritrova ancora la stessa curva, con una costruzione analoga (id., p. 117) a quella sopra riportata di G. Grandi.

Terminerò questa breve nota rilevando col Grandi (p. 401) « ... non essere altrimenti così sterili, ed inutili, come a prima faccia appariscono, e da molti si spacciano, le Geometriche speculazioni intorno alle linee curve, potendo ciascheduna avere grand'uso nelle più profonde ricerche della Fisica e della Meccanica, ... » « ... siccome non credo che Apollonio prevedesse mai, quanto dovessero un giorno essere utili per la Meccanica, per l'Ottica e per l'Astronomia, le tante proprietà da lui speculate in astratto sopra le sezioni coniche ».

Genova, 30 Marzo 1901.

RECENSIONI ED ANNUNZI

W. AHRENS. *Mathematische Unterhaltungen und Spiele.* Mit. einer Tafel und vielen Figuren im Text. Leipzig, Teubner 1901, 8.° p. XII + 428 [Prezzo del vol. legato Mk. 10].

Se, come afferma l'Ozanam « les jeux de l'esprit sont de toutes les saisons et de tous les âges; ils instruisent les Jeunes, ils diver-

Digitized by Google

tissent les Vieux, il conviennent aux Riches, et ne sont pas au-dessus de la portée des Pauvres; les deux sexes s'en peuvent accomoder sans choquer la bienséance », all'opera di cui ci apprestiamo a dare notizia tutti faranno buon viso. Siccome d'altronde « saepe notavimus, nusquam homines quam in ludicris ingenioseres esse: atque ideo ludos Mathematicorum curam mereri, non per se, sed artis inveniendi causa » (Leibniz) e « répandre dans le public des choses aussi intéressantes, c'est vulgariser les doctrines de l'Arithmétique et de la Théorie des nombres » (Ed. Lucas), così l'opera stessa merita di essere collocata al livello dei lavori prettamente scientifici. È noto che essa non è la prima di tal genere; ben lo sa l'Egregio autore il quale ebbe cura di prendere notizia di quelle precedenti, per toglierne il meglio e completarle nei punti in cui meno perfette gli apparvero.

Gli argomenti trattati dall'Ahrens sono tanto varî che per porgere al lettore un'idea approssimata di ciò che il suo libro contiene, ci è forza indicare partitamente i temi dei ventitrè capitoli di cui consta.

Cap. I. Sotto il titolo di *trasbordi difficili* l'A. raccoglie alcuni problemi aventi come tipi due questioni che i nostri lettori certamente conoscono e di cui ecco gli enunciati: « Un lupo, una pecora ed un cavolfiore devono essere trasportati da una riva all'altra di un fiume col mezzo di un battello che può contenere una sola di quelle tre cose, facendo in modo che la pecora non si trovi mai sopra una riva sola col lupo o col cavolo, affinchè non sia divorata dal primo e non mangi il secondo ». « Tre mariti gelosi si trovano con le loro mogli sulla riva di un fiume ed hanno a loro disposizione soltanto una barca capace di due persone; come regolare il passaggio affinchè mai accada che una donna si trovi senza il proprio marito in compagnia di un altro uomo? » Questi problemi, nonchè altri congeneri più difficili, si risolvono con ragionamenti semplici diretti, senza Algebra.

Cap. II. Il *problema di Tait* che serve di tipo alle questioni qui trattate è il seguente: « Dati 4 scellini e 4 sterline disposti alternativamente in quattro linee, spostarli con quattro operazioni per modo da ottenerne una disposizione in cui siano contigui gli scellini e contigue le sterline; in ogni operazione devono venire mosse soltanto due monete contigue senza alterare la loro posizione relativa ». Questo problema si generalizza subito supponendo che le monete di ciascuna specie siano n; ma si risolve in modi differenti secondochè n è pari o dispari, modi a cui si giunge senza invocare il sussidio del calcolo.

Il Cap. III — intitolato *Sistemi di numerazione* — si apre con un cenno intorno ai varî metodi che vennero proposti ed impiegati per

Digitized by Google

indicare i numeri (1). Uno speciale paragrafo viene dedicato al sistema binario, adoperando il quale è possibile indicare tutti i numeri col solo uso di due caratteri 0, 1; esso funge da concetto fondamentale per parecchi giuochi più o meno difficili ed eleganti (2).

Sia lecito a chi scrive di completare le notizie date dall'A. intorno a siffatto sistema con una osservazione interessante esposta dal Kronecker in una lezione fatta all'Università di Berlino l'8 Luglio 1891. Siano $p_0, p_1, p_2, p_3 \ldots$ i numeri primi disposti in un ordine arbitrario ma fisso, p. es. l'ordine naturale 2, 3, 5, 7, 11, ...; allora qualunque numero N potrà porsi sotto le forme $p_0^{x_0}\, p_1^{x_1}\, p_2^{x_2} \ldots$ ove $x_0\ x_1\ x_2 \ldots$ sono numeri determinati, positivi o nulli; essendo invariabile l'ordine in cui si seguono quei numeri primi si potrà scrivere: $N = \{x_0, x_1, x_2 \ldots\}$ Ora sopra uno qualunque dei numeri $x_0\ x_1\ x_2 \ldots$, purchè sia maggiore di 1, si potrà operare similmente, scrivendo

$$x_k = p_0^{x_{k_0}}\, p_1^{x_{k_1}}\, p_2^{x_{k_2}} \ldots = \left[x_{k_0}\ x_{k_1}\ x_{k_2}\ldots\right]$$

e quindi ottenere:

$$N = \left\{\left[x_{00}\ x_{01}\ x_{02}\ldots\right]\left[x_{10}\ x_{11}\ x_{12}\ldots\right]\left[x_{20}\ x_{21}\ x_{22}\ldots\right]\ldots\right\}$$

Similmente si potrà operare su ciascuno dei numeri x_{hk} differenti da 0,1 scrivendo $x_{hk} = \left(p_0^{x_{hk0}}\, p_1^{x_{hk1}}\, p_2^{x_{hk2}} \ldots\right) = \left(x_{hk0}\ x_{hk1}\ x_{hk2}\ldots\right)$

e quindi

$$N = \{[(x_{000}\ x_{001}\ x_{002}\ldots)(x_{010}\ x_{011}\ x_{012}\ldots)\ldots], [(x_{100}\ x_{101}\ x_{102}\ldots)(x_{110}\ x_{111}\ x_{112}\ldots)\ldots]\ldots\ldots\}.$$

Potendosi questa operazione proseguire finchè si abbia almeno un numero > 1, si vede che, qualunque sia N, si potrà sempre rappresentarlo con una serie opportunamente ordinata di 0 e 1.

Anche gli altri sistemi di numerazione possono dare origine a ricreazioni matematiche; lo provano i due ultimi §§ del Capitolo indicato dall'opera dell'Ahrens.

---

(1) Ai sistemi enumerati dall'A. si può aggiungere quello a base 8 in cui taluni ravvisarono grandi vantaggi; *v. L'intermédiatre des mathématiciens*, Tom. VII, 1900, p. 371.

(2) Un'altra applicazione del medesimo sistema, ma di ordine differente venne fatta nel 1898 da G. Peano nella nota *La numerazione binaria applicata alla stenografia* (Atti dell'Acc. di Torino, T. XXXIV). Cfr. G. Vacca in *L'intermédiatre des mathématiciens*, T. VIII, 1901, p. 87.

Digitized by Google

Nel Cap. IV sotto il titolo di *Problemi relativi a travasi* l'A. tratta questioni proposte da geometri i quali s'inspirano al seguente problema, che si trova già in Tartaglia e Bachet: « Due amici vogliono dividere fra loro in parti eguali *otto* litri di vino; questo si trova appunto in un recipiente di otto litri; a loro disposizione si trovano poi un recipiente da *cinque* litri ed uno da *tre*, entrambi vuoti; come si può, con tali mezzi, effettuare la chiesta ripartizione? » Tale questione si generalizza supponendo prima soltanto che i tre recipienti contengano risp. a, b, c litri, poi supponendo di più che le parti dei due amici debbano essere, non eguali, ma in un assegnato rapporto; se

$b+c-1 \leqq a \leqq 2b+2c+1$ oppure $b+c-2 \leqq a \leqq 2b+2c+1$

la ripartizione è sempre possibile in un modo, qualunque sia il dato rapporto. Una seconda generalizzazione si ottiene supponendo che si tratti di effettuare la ripartizione fra tre amici mediante quattro recipienti.

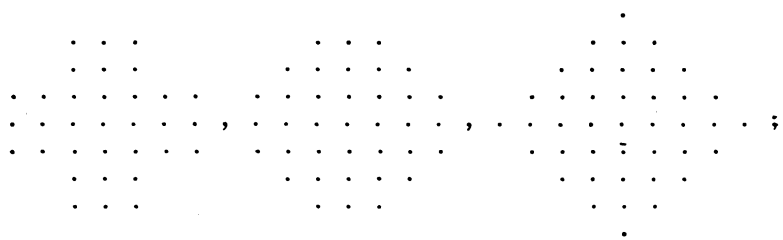
I problemi trattati nel Cap. V, a differenza di quelli considerati nei precedenti, hanno un'importanza pratica avendo come tipo il seguente: « Una superficie piana deve essere coperta di pietre aventi la forma di poligoni regolari; quali forme si possono adoperare se si vogliono usare 1) poligoni della stessa specie, 2) poligoni di specie differenti ». Il problema con la condizione 1) è subito risolto da una proposizione, che si fa risalire alla Scuola Pitagora, secondo la quale un piano si può ricoprire soltanto con triangoli equilateri, quadrati o esagoni regolari. Il problema stesso con la condizione 2) si risolve invece con una non difficile discussione, che il lettore troverà nell'opera originale assieme ai risultati interessanti a cui guida.

Il Cap. VI comprende questioni di vario genere e varie difficoltà, interessanti, non foss'altro, per i nomi di coloro che se ne occuparono; dopo un problema risolto da Bachet, si trova quello ordinariamente designata col motto « mutus dedit nomen cocis », poi quello chiamato *battement de Monge*, e finalmente la ricerca (proposta dal Kirkmann) delle condizioni affinchè due individui possano essere ciascuno zio e nipote dell'altro.

Nel cominciare, col Cap. VII della sua opera, lo studio dei giuochi che si eseguono mediante strumenti, il nostro autore espone alcuni dati storici ed alcune considerazioni generali sulla possibilità ed il valore di una teoria *matematica* di uno di quelli che hanno per base una scacchiera. Quindi fa conoscere un procedimento per effettuare il giuoco detto *molino* o *tela* sotto la sua forma più semplice, per poi passare a quello — detto del lupo o della pecora — che si effettua sull'ordinaria scacchiera.

Digitized by Google

Il giuoco del *solitario*, la cui teoria (dovuta al Reiss) trovasi nel Cap. VIII, è quello fra i passatempi designati con tal nome di cui parla Leibniz in una lettera al Montmort del 17 Gennaio 1716. Esso si basa sull'uso di una tavola ove sono fatti 33, 37 o 41 buchi disposti risp. come segue:



tutti meno uno di questi buchi sono occupati da altrettante palline; la legge fondamentale del giuoco consiste in ciò che quando due buchi occupati sono seguiti in linea retta (orizzontale o verticale) da uno vuoto, si può far passare la pallina occupante il primo in quest'ultimo sopprimendo la pallina intermedia. Scopo del gioco è di far rimanere una sola palla, ripetendo un numero sufficiente di volte l'operazione additata da quella legge.

Più elevato ed importante è il tema del IX Cap.; è il *problema delle otto regine* a cui diede tanta ricomanza l'essersene occupato il sommo Gauss, il quale più volte ne tenne parola nel suo carteggio con Schumacher. Per dichiararne il contenuto ricordiamo che nel giuoco degli scacchi una regina può muoversi tanto parallelamente ai lati dello scacchiere, quanto parallelamente alle due diagonali. Ora in quel problema si tratta di « disporre in uno scacchiere di 8^2 caselle 8 regine per modo che nessuna di esse possa essere *mangiata* dalle altre ». Esso venne enunciato verso la metà del Sec. XIX ed ammette 92 soluzioni. Generalizzandolo, nasce il problema di disporre in uno scacchiere di n^2 caselle n regine per modo che nessuna possa essere *mangiata* dalle altre; per $n = 2$ o 3 il problema è insolvibile, ma per $n > 3$ esso ammette un numero finito di soluzioni che si possono trovare (come disse Gauss) con tentativi metodicamente condotti (« durch ein methodisches Tatonnieren »).

Analoga in un certo senso, ma differentissima nella sostanza, è la questione seguente, trattata nel successivo Cap. dell'opera in discorso: « quale è il numero N minimo di regine con cui si può giungere ad una regione qualsivoglia di una scacchiera contenente n^2 caselle? » Si trova che per $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ si ha ordinatamente $N = 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7$. Questioni analoghe possono proporsi riguardo alla torre, al re, ecc.; non tutte furono sino ad ora risolte.

Digitized by Google

Il nome di Eulero è collegato ad un altro celebre problema di scacchi, che egli non ha già concepito per primo, ma di cui per primo egli gettò i fondamenti per una soluzione soddisfacente. È il problema di far muovere sopra una ordinaria scacchiera un *cavallo* per modo che egli tocchi ciascuna casella una ed una sola volta. Quante belle ricerche abbia provocate, quante pregevoli soluzioni abbia ricevuto apprenderanno i lettori dal Cap. IX dell'opera che andiamo esaminando. Noi ci limitiamo a segnalarne l'esistenza ed a notare come quel problema ne abbia ispirati di analoghi, nascenti da quello, sia sorrogando il *cavallo* con la *torre*, o con altro pezzo, oppure adoperando una scacchiera a tre dimensioni. In ogni caso si presenta il problema aritmetico di trovare il numero di mosse necessario per percorrere l'intiera scacchiera.

Col Cap. XII si rientra nel dominio proprio dell'aritmetica; non appartiene infatti a questa scienza, intesa nel significato più alto, la teoria dei *quadrati magici?* Sotto questo nome s'intende infatti notoriamente un quadrato diviso in n^2 caselle, nelle quali i numeri $1, 2, \ldots\ldots n^2$ sono disposti per modo che la somma dei numeri posti in una parallela ad un lato ovvero in una delle diagonali è sempre la stessa. Per ottenere una figura siffatta si conoscono parecchi procedimenti, alcuni applicabili quando n è dispari, altri quando n è pari. La questione si complica volendo che un quadrato resti magico togliendo da esso i $4(n-1)$ numeri che stanno sul suo contorno, che altrettanto accada pel quadrato residuo ecc.; siffatte figure, dal nome del loro inventore, si dicono *quadrati di Stifel.* Altre figure analoghe ai quadrati magici vennero considerate e costituite; il Sig. Ahrens indica sommariamente i lavori che vennero ad essi consacrati e passa nel Cap. XIII (1) a trattare con una certa diffusione di alcune nuove figure che egli chiama *quadrati di Eulero.* Tale nome viene dato ad una distribuzione degli n^2 elementi

$$\begin{array}{cccc} A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ B_1 & B_2 & \ldots & B_n \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ L_1 & L_2 & \ldots & L_n \end{array}$$

nelle caselle in cui è diviso un quadrato, distribuzione tale che ogni linea ed ogni colonna contenga lettere e numeri tutti fra loro differenti; essa è possibile solo quando si possono trovare due numeri p, q che siano, essi e la loro differenza $p-q$ primi con n. Aggiungendo la condizione che anche in ciascuna diagonale si trovino lettere e

(1) Riguardo alla prima delle questioni ivi studiate si vegga la recente memoria di G. Tarry, *Le problème des 36 officiers* (Ass. française, Congrès de Paris 1900).

Digitized by Google

numeri diversi, si ha invece un *quadrato di Gauss*. Ad altre condizioni poi corrispondono i quadrati detti *diabolici*, o *latini*, o *cabalistici*, ecc.

Le costruzioni di tutti questi quadrati sono problemi in cui si tratta di distribuire certi elementi con determinate condizioni; essi sono quindi analoghi a quelli *(Anordnungs—probleme)* trattati nel Cap. XIV e di cui ecco gli enunciati: I. Un certo numero di bimbi ballano in giro, come si devono distribuirli affinchè ciascuno si trovi una sola volta accanto a ciascun altro? II. Supposto che si abbiano dei fanciulli e delle fanciulle in egual numero, si domanda di trovare tutti i modi di distribuirli in giro alternatamente per modo che ogni bimbo si trovi una sola volta accanto a ciascuna bimba. III. Le ragazze di un collegio vanno ogni giorno a passeggio distribuite in tante coppie; come si deve fare ogni volta la distribuzione affinchè ogni ragazza si trovi una ed una sola volta accoppiata con ciascuna delle altre? Considerando come differenti due coppie differenti anche pel solo ordine, questo problema si trasforma in altro che, *mutatis mutandis*, si presenta nei tornei di scacchi. IV. n^2 persone vanno a passeggio distribuite in n file; trovare tutti i modi in cui ciò può accadere, quando s'imponga che mai due individui si trovino più volte nella medesima fila. V. *Problema del Kirkman*. Quindici collegiali vanno a passeggio ogni giorno in file di tre; come ordinarle ogni giorno affinchè in una settimana ciascuna si trovi nello stesso rango una volta con ognuna delle altre? Questo problema, debitamente generalizzato e spogliato dalla sua veste concreta, si presenta in alcune questioni di Algebra superiore, epperò venne studiato anche da matematici dell'altezza di Cayley e Sylvester.

Di natura analoga è il notissimo *ludus Joseph*, argomento del XV Cap. dell'opera in esame; concepito astrattamente e convenientemente generalizzato esso coincide con la seguente questione aritmetica: « Si suppongano segnati sulla periferia di un cerchio n punti e designati ordinatamente con i numeri $1, 2, \ldots, n$; si contano a partire dal punto 1 e procedendo nel senso $1\ 2 \ldots .\ n$, d punti, e si immagina soppresso il punto d'arrivo; si ripete la stessa operazione partendo dal punto successivo $d + 1$, e così si prosegue indefinitamente; si vuol sapere qual numero porta l'e^{mo} dei punti soppressi ». Tale questione venne risolta in tutta la sua generalità verso il 1895 da H. Schubert e poi da altri.

Il Cap. XVI rappresenta un intermezzo teorico, quasi una preparazione a quei problemi ove trovano applicazione le nozioni sull'*Analysis situs* esposte in quello. Tali problemi sono trattati nei cinque capitoli seguenti, di cui ecco in breve la materia:

Cap. XVII. *Ponti e labirinti*. 1. Problema euleriano dei ponti: « Il fiume Pregel forma, biforcandosi, nelle vicinanze di Königsberg

Digitized by Google

l'isola detta Kneiphof; sul fiume stesso si trovano 7 ponti, 5 dei qnali congiungono l'isola alla terraferma; è possibile percorrere successivamente tutti quei ponti passando per ciascuno una volta soltanto? » La risposta è negativa. 2. Labirinti.

Cap. XVIII. *Giuoco del dodecaedro di Hamilton.* Sotto questo nome s'intende la seguente questione proposta e risolta dal celebre inventore dei quaternioni: « Percorrere tutti gli spigoli di un dodecaedro in modo da passare successivamente per tutti i vertici, dati essendo i primi cinque che si devono incontrare ».

Cap. XIX. *Problema dei quattro colori.* L'esperienza ha dimostrato che quattro colori sono in generale necessari e sufficienti per colorire qualunque carta geografica, supponendo che le varie regioni ritratte abbiano linee non punti di confini. La dimostrazione di tale fatto empirico venne tentata indarno dal Cayley prima, dal Kempe poi; essa è tuttora un *desideratum.*

Cap. XX. *Giuoco del quindici.* (« jeu du taquin » dei Francesi). Questo giuoco, inventato da un sordomuto americano, acquistò in Germania una rapidissima immensa diffusione. Lo si giuoca mediante una cassetta quadrata divisa in 16 caselle pure quadrate e mediante 15 gettoni designati coi numeri 1, 2, ..., 15; questi vengono posti a caso in quelle caselle; spostandoli, approfittando della casella vuota, si tratta di collocarli nella seguente disposizione, considerata come normale:

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)	

La teoria matematica di questo giuoco di pazienza è dovuta a due matematici americani: Johnson e Story. Il giuoco stesso venne modificato e complicato con ulteriori condizioni, che non è il caso di qui riferire.

Cap. XXI. *Il giuoco del domino.* Il problema generale di geometria di situazione a cui da luogo questo giuoco è la costruzione di catene di dadi succedentesi l'uno all'altro con la legge fondamentale di esso giuoco.

I due rimanenti capitoli dell'opera dell'Ahrens trattano argomenti differenti dai precedenti. Il Cap. XXII, dal titolo *Tempo e calendari,*

Digitized by Google

comincia con alcune nozioni preliminari sopra gli anni bisestili, per passare poi ad esporre un sistema di calendario universale ed i fondamenti pel calcolo dell'epoca in cui, in un determinato anno, cade la festa di Pasqua; termina con un cenno dell'eterna questione se il Sec. XX sia cominciato il 1.° Gennaio del 1900 o del 1901. Invece l'ultimo Cap. tratta delle costruzioni geometriche effettuabili mediante carta piegata; esse provengono da un matematico indiano, nostro contemporaneo, Sundara Row, e concernano la costruzione 1.° di un rettangolo, 2.° di un triangolo isoscele, 3.° di un triangolo rettangolo di dati ipotenusa e data altezza, 4.° di un esagono regolare, 5.° di un ottagono regolare, 6.° di un poligono regolare di 3, 5 o 15 lati, 7.° di un' ellisse.

Chiude l' opera un elenco cronologico dei lavori concernenti le questioni trattate nel testo (il quale comprende non meno di 340 numeri) ed un particolareggiato indice per materie.

G. L.

O. Stolz und J. A. Gmeiner. — *Theoretische Arithmetik.* I *Abtheilung: Allgemeines. Die Lehre von den rationalen Zahlen. Zweite umgearbeitete Auflage der Abschnitte* I-IV *des* I *Theiles der Vorlesungen über allgemeine Arithmetik von* O. Stolz. - Leipzig, Teubner, 1901. IV—98 p. 8.^{0} [Prezzo Mk. 2,40].

L' opera, dei primi capitoli della quale il presente fascicolo è un rifacimento, è troppo conosciuta ed apprezzata perchè occorra qui parlarne. Riteniamo perciò sufficiente ad esaurire il nostro compito parlare dei mutamenti introdotti in questa ristampa, mutamenti i quali sono di assai maggiore portata che non appaia da un confronto sfuggevole delle due edizioni. Ciò del resto non farà meraviglia a chi conosca le molte e profonde discussioni a cui ha dato luogo il concetto di numero nei quindici anni da che sono venute in luce le *Vorlesungen.* E va data lode agli autori di aver voluto informare il libro ai risultati di tali discussioni; mentre non può negarsi che con ciò resta lievemente alterata la semplicità e la purezza primitiva delle linee architettoniche dell' opera.

I varî modi di stabilire i principî dell' aritmetica possono raggrupparsi, come è ben noto, sotto due metodi principali; quello *reale* (*sintetico* secondo Stolz), per cui il numero si considera come il rappresentante d'un insieme di oggetti riguardati come tra loro identici (unità), e quello *formale* (*analitico*), per cui si definisce il numero mediante un insieme di proprietà che si conviene di attribuirgli. Una distinzione analoga può farsi pei numeri negativi, frazionari, irrazionali, complessi. È chiaro che, dopo avere svolta una parte della teoria col metodo

Digitized by Google

reale, si può sempre passare al metodo formale; così p. es., definiti i numeri naturali come rappresentanti di aggregati di unità, si possono dedurne i numeri fratti imaginando l'unità divisa in parti eguali, oppure si possono definire questi come nuovi enti tali che due di essi $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ si dicano eguali quando $ad = bc$. Non è lecito invece, evidentemente, abbandonare il metodo formale per quello reale.

Ora il piano delle *Vorlesungen* di Stolz, per la parte che si riferisce ai numeri razionali, è questo: dopo un primo capitolo d'introduzione, viene svolta nel Cap. II la teoria reale dei numeri naturali; di qui poi si diramano i Capitoli III e IV, dedicati rispettivamente alla teoria formale e a quella reale dei numeri fratti. Però, in seguito ai recenti studî che hanno mostrato come la definizione reale di numero dia luogo ad obiezioni (v. p. 12), gli autori adottano ora, pei numeri naturali, il metodo formale, che svolgono sulle tracce di Peano. Con ciò essi si precludono l'adito a far uso più oltre del metodo reale; ed infatti, mentre i vecchi titoli dei capitoli sono conservati, la nuova *teoria sintetica dei numeri razionali* (C. IV), per quanto un po' oscura nel suo principio (1), appartiene indubbiamente al tipo formale, riducendosi in sostanza a considerare le frazioni come grandezze tali che $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ quando $ad = bc$. Nè vale il dire che le frazioni vengono rappresentate mediante segmenti d'una retta (p. 74, 82); giacchè questa figura semplicemente come un'imagine (« eine anschauliche Vorstellung ») e non come una definizione. Pertanto le lezioni di Stolz, nella loro nuova veste, ci presentano l'esposizione di una teoria puramente formale del numero; e sarebbe stato desiderabile che gli autori avessero meglio posto in luce questa caratteristica della loro opera.

Accenniamo di volo ad altre modificazioni, opportunamente intese ad accrescere pregio e praticità alla nuova edizione.

a) Le teorie generali vengono applicate ai numeri scritti nel sistema decadico (p. 29) ed alle frazioni decimali (p. 86).

b) Le regole di Schröder relative alle parentesi, accennate appena in una nota nella 1.ª edizione, sono qui più largamente sviluppate (p. 8-10).

c) I principii della teoria analitica delle radici quadrate dei numeri positivi sono svolti più completamente (p. 70-73).

d) Riguardo alle *formole distributive* viene osservato espressa-

(1) « Wenn wir aus der.... Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3,..... die Vielfachen « einer von 1 verschiedenen Zahl b d. i. die Zahlen b, $2b$,....., ab,.... herausgreifen « und der Reihe nach mit [1], [2],...., [a],... bezeichnen, so haben wir damit die « natürliche Zahlenreihe wieder erzeugt. Gegenüber der neuen Einheit [1] heisst « die Einheit 1 die *Untereinheit nach dem Nenner* b... » (p. 74).

Digitized by Google

mente che esse valgono, non solo quando le due operazioni che vi figurano sono dirette, ma anche quando sono inverse, purchè possibili (p. 45).

e) Infine i varî capitoli sono accompagnati da numerosi esercizî convenientemente scelti per chiarire le idee dei lettori sugli argomenti trattati (p. 34-36, 93-98).

G. VIVANTI.

GEORG SCHEFFERS. *Einführung in die Theorie der Curven in der Ebene und im Raume.* Leipzig, Veit und Co. 8.° pag. X + 360 [Prezzo Mk. 10].

Il volume che ci apprestiamo ad analizzare costituisce la prima parte di un trattato di Geometria differenziale *(Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie)* e comprende lo studio delle forme ad una dimensione — cioè delle curve piane e sghembe — fatto col sussidio dell'analisi, mediante coordinate cartesiane. Benchè questo tema abbia già ricevute numerose, svariate ed ottime esposizioni, l'egregio Professore del Politecnico di Darmstadt seppe trattarlo, non solo con grande chiarezza ed eleganza, ma anche con notevole originalità, ispirandosi in gran parte alle idee dell'illustre matematico — S. Lie — del quale egli fu discepolo e collaboratore. In particolare egli seppe introdurre in uno primo studio dei concetti — quali sono quelli di equazioni intrinsica di una curva, di invarianti differenziali, di curve di lunghezza nulla — che finora erano riserbati alle classi più elevate dei cultori delle scienze esatte.

Quali sieno gli argomenti e quale l'ordine in cui si seguono emerge del seguente indice dell'opera, che riferiamo:

I. Parte. *Curve nel piano.* 1. Rappresentazione analitica delle curve piane. 2. Movimenti nel piano. 3. Tangente di una curva piana. 4. Contatto fra curve piane. 5. Indizi di contatto per rappresentazioni speciali delle curve. 6. Contatto fra una curva ed un cerchio. 7. Curvatura delle curve piane. 8. Invarianti differenziali di una curva piana. 9. Equazione intrinseca di una curva piana. 10. Curve inviluppi nel piano. 11. Evotute ed evolventi. 12. Punti singolari delle curve piane. 13. Funzioni della posizione di un punto nel piano. 14. Equazioni differenziali ordinarie nel piano. 15. Trajettoria di una schiera di curve piane. 16. Coordinate curvilinee nel piano. 17. Reti di curve nel piano. 18. Rappresentazione di un piano sopra un altro con conservazione delle aeree. 19. Linee isoterme nel piano. 20. Sistemi di curve piane, definiti da equazioni differenziali.

II. Parte. *Curve nello spazio.* 1. Sguardo alle figure esistenti nello spazio. 2. Trasformazione delle coordinate. 3. Movimenti nello

Digitized by Google

spazio. 4. Movimento infinitesimo nello spazio. 5. Rappresentazione analitica delle curve sghembe. 6. Contatto fra due curve sghembe. 7. Il triedro annesso ad una curva sghemba (formato da la tangente, la normale principale e la binormale in un punto qualunque della curva). 8. Formole relative ai coseni direttori di quel triedro. 9. Il cerchio di curvatura di una curva piana. 10. Elica ordinaria osculatrice 11. Movimento elicoidale infinitesimo del triedro annesso. 12. Invarianti differenziali di una curva sghemba. 13. Lemma per l'integrazione dell' equazione intrinseca di una curva. 14. Equazioni finite di una curva avente assegnate equazioni intrinseche. 15. Esempi di equazioni intrinseche di una curva. 16. Contatti fra curve e superficie. 17. Sfera osculatrice di una curva. 18. Rappresentazione sferica di una curva. 19. Conseguenze della rappresentazione sferica. 20. Cono di rivoluzione osculatore.

III. Parte. *Curve e sviluppabili.* (1). 1. Superficie tangenziale di una curva. 2. Nozioni sopra le superficie rigate. 3. Superficie sviluppabili. 4. Definizione generale delle eliche. 5. Inviluppo di una serie di piani. 6. Filarievolventi. 7. Planevolute e planvolventi. 9. Superficie polare di una curva. 9. La superficie rettificante di una curva. 10. Curve con le medesime normali principali. 11. Il rapporto anarmonico (2). 12. Le rette di lunghezza nulla. 13. Le curve di lunghezza nulla.

Per maggiore chiarezza ed a comodo del lettore l' autore ha raccolto in una appendice le principali formole da lui stabilite distribuendole sotto le rubriche seguenti : I. Cambiamento delle coordinate. II. Relazioni fra i coseni direttori del triedro annesso ad una curva. III. Coseni direttori del triedro annesso ad una curva , e loro derivate rispetto all' arco. IV. Determiaazione di una curva mediante l' indicatrice sferica delle sue tangenti. V. Determinazione di una curva mediante l' indicatrice sferica delle sue normali principali. VI. Determinazione di una curva mediante l' indicatrice sferica delle sue binormali. VII. Elementi delle filarevolventi di una curva. VIII. Elementi delle curve parallele ad una data. IX. Elementi dello spigolo di regresso delle superficie polare di una curva. X. Elementi dello spigolo di regresso della superficie rettificante di una curva.

Senza entrare in molti particolari storici, l' autore indica per cia-

(1) « Nella presente sezione » (scrive l'autore) « noi studiamo quelle superficie e curve, che stanno con una data curva in relazione così stretta che, soltanto dopo di averla investigata, si può completare la teoria delle curve sghembe. Questa sezione serve anche di preparazione alla teoria generale delle superficie, trattandovisi di alcune specie particolari di superficie ».

(2) Questo § rappresenta una digressione nel campo della Geometria proiettiva, necessaria per l' intelligenza di ciò che segue.

Digitized by Google

scuna teoria i geometri che per primi ne trattarono e le opere migliori che vi si riferiscono. Sia lecito a noi, finendo, di aggiungere due notizie a quelle fornite dall'autore. I. L'elica cilindrica ordinaria (cioè tracciata sopra un cilindro circolare retto) osculatrice ad una curva sembra sia stata considerata per la prima volta da W. Schell; v. l'opera *Allgemeine Theorie der Curven doppelter Krümmung in rein geometrischer Darstellung* (I, Aufl., 1859, p. 82 e II, Aufl., 1898, p. 119). II. La considerazione del moto infinitesimo del triedro annesso ad una curva, della quale è nota la fecondità, sembra doversi far risalire al Beltrami, il quale di quel moto determinò tutti gli elementi nella nota *Intorno ad una proprietà delle curve a doppia curvatura* (Giornale di matematiche, T. V, 1867); l'importanza di quel moto venne subito rilevata dal Chelini, che al medesimo giunse con altre considerazioni (v. lo stesso vol. del *Giornale*, p. 190-191), e fu qualche anno dopo confermata dal Beltrami nella memoria che tratta *Del moto geometrico di un solido che ruzzola sopra un altro solido* (stesso *Giornale*, Vol. X, 1872).

G. L.

Lezioni di Algebra complementare del Dott. Gregorio Ricci. Fratelli Drucker, librai-editori, Padova e Verona, 1900; 8° pag. XVII + 466. [Prezzo L. 10].

Il nome dell'autore, Professore ordinario nella R. Università di Padova, è troppo noto, perchè io non abbia a dispensarmi dal raccomandare agli studenti universitarii queste lezioni, che furono affidate alla stampa dopo successivi perfezionamenti scientifici e didattici, che il Prof. Ricci potè fare comodamente nei varii anni che le sue lezioni d'Algebra uscirono autografate. Mi limiterò quindi ad indicare rapidamente il contenuto del libro seguendone l'ordine:

Parte prima: Calcolo combinatorio. Sostituzioni. Determinanti. Equazioni lineari. Forme algebriche. (Capitoli 6).

Capitolo primo: Definizioni di combinazioni, semplici e con ripetizione; permutazioni d'elementi, tutti o non tutti differenti. Alcune formule relative ai coefficienti binomiali.

Capitolo secondo: La formula di Newton per la potenza n^{ma} d'un binomio e quella di Leibniz per la potenza n^{ma} d'un polinomio.

Capitolo terzo: Inversioni nelle permutazioni e distinzione delle permutazioni in due classi. Sostituzioni fra n elementi e loro scomponibilità in cicli indipendenti; prodotto di sostituzioni; potenze ed ordine d'una sostituzione. Gruppo di sostituzioni, gruppi simmetrico ed alternato.

Capitolo quarto: Matrici rettangolari e quadrate e loro minori.

Digitized by Google

Determinanti e loro proprietà fondamentali; minori e complementi algebrici dei medesimi; minori principali e minori coniugati: determinanti simmetrici. Sviluppo d'un determinante mediante il termine generale, secondo i minori di sua matrice parziale, secondo gli elementi d'una linea: conseguenze relative alla somma dei prodotti degli elementi d'una linea pei complementi algebrici degli elementi omologhi di una linea parallela, a determinanti a soli zeri da un lato di una diagonale, alla elevazione d'ordine d'un determinante, a determinanti con una linea d'elementi polinomici, all'addizione di quantità proporzionate agli elementi d'una linea agli omologhi elementi di una linea parallela. Caratteristica d'una matrice. Prodotto di matrici e di determinanti. Determinanti reciproci (che son definiti più razionalmente del consueto, per modo che la reciprocità è scambievole ed il prodotto di due determinanti fra loro reciproci è 1, onde per dividere per un determinante basta moltiplicare pel recipoco del medesimo). Determinanti unità, o reciproci di sè stessi, e loro relazioni caratteristiche. Come esempii di calcolo son considerati: 1° il determinante, che ha il numero $\binom{m+p+q-3}{q-1}$ per elemento comune ad orizzontale p^{ma} e verticale q^{ma}, 2° il determinante detto delle differenze, o di Vandermonde o di Cauchy.

Capitolo quinto: Equazioni lineari omogenee; soluzioni indipendenti; soluzioni fondamentali; soluzione generale e soluzione particolare; risoluzione e discussione completa dei sistemi d'equazioni lineari omogenee (tutta *la teoria è fondata su due teoremi riguardanti i casi, in cui il numero delle incognite eguaglia o supera d'un'unità quello delle equazioni*). Risoluzione dei sistemi non omogenei d'equazioni lineari, dedotta da quella dei sistemi omogenei: regola di CRAMER. Dalla condizione di simultaneità delle equazioni d'un sistema omogeneo son ricavate condizioni d'indipendenza delle linee e di annullamento d'un determinante.

Capitolo sesto: Classificazione delle funzioni. Dipendenza ed indipendenza di forme lineari. Sostituzioni lineari e loro prodotti. Modulo d'un sistema di forme lineari e del suo trasformato per sostituzione lineare. Sostituzioni inverse. Sostituzioni ortogonali, destrorse e sinistrorse. Metodo di CAYLEY per formare tutte le sostituzioni ortogonali d'un dato ordine. Invarianti; esistenza d'un invariante assoluto in ogni forma avente due invarianti distinti. Quadriche e loro riduzione; quadriche reciproche. Invarianti comuni a due quadriche.

Parte seconda: Numeri reali e complessi. Gruppi di numeri. Successioni. Serie. (Capitolo 6).

Capitolo primo: Campo razionale, sezioni in esso e campo irrazionale. Le prime quattro operazioni, e le loro leggi fondamentali nel campo reale.

Digitized by Google

Capitolo secondo: Elevazione a potenza, estrazione di radice e di logaritmo nel campo reale, e relative leggi fondamentali. Rappresentazione dei numeri reali sulla retta.

Capitolo terzo: Vettori, numeri imaginarii e complessi. Le prime quattro operazioni nel campo complesso. Numeri complessi opposti, reciproci, coniugati. Espressione trigonometrica e rappresentazione geometrica dei numeri complessi. Elevazione a potenza ed estrazione di radice di grado intero nel campo complesso. Radici dell'unità ed equazioni binomie.

Capitolo quarto: Gruppo di punti; punti limiti e gruppo derivato. Limiti inferiore e superiore d'un gruppo di numeri; limite infinito, positivo e negativo. Gruppo limitato. Successione di numeri reali e condizione di convergenza. Alcuni teoremi riguardanti la convergenza, la divergenza e l'indeterminatezza d'una successione, e i limiti di due. Limite di una somma, di un prodotto, di un quoziente; il numero e, come limite di $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Cenno sulle successsioni di numeri complessi.

Capitolo quinto: Serie a termini reali, convergenti e divergenti ed indeterminate; criterio generale di convergenza. Divergenza della serie armonica. Convergenza e divergenza delle serie a termini positivi. Convergenza assoluta. Serie a termini di segni opposti e teorema di RIEMANN sull'effetto del cambiamento d'ordine nei termini. Serie a termini complessi e teorema di DIRICHLET per la loro convergenza assoluta. Addizione e moltiplicazione di serie.

Capitolo sesto: Serie esponenziale. Serie che danno il seno ed il coseno d'arco reale e loro relazione con la funzione esponenziale d'esponente imaginario puro. Logaritmi e potenze nel campo complesso.

Parte terza: Nozioni sulle funzioni di una o due variabili reali. Funzioni intiere d'una variabile complessa. Equazioni algebriche. (Capitoli 8).

Capitolo primo: Funzione reale di variabile reale; sua continuità in punto ed in intervallo; limiti inferiore e superiore dei suoi valori, e loro proprietà di valori minimo e massimo nel caso di funzione continua in un intervallo. Funzioni di due variabili reali, e di una variabile complessa, finite e continue in un campo.

Capitolo secondo: Derivate, e teorema di TAYLOR per le funzioni intere d'una variabile. Derivate di somma, di prodotto, di potenza. Teoremi relativi ai valori del modulo di una funzione intera di una variabile complessa e teorema fondamentale dell'Algebra. Regola di RUFFINI.

Capitolo terzo: Funzioni prime e funzioni prime tra loro. Scomponibilità d'ogni funzione in fattori primi. Radici complesse d'un'equazione algebrica a coefficienti reali. Relazioni tra i coefficienti e le radici d'un'equazione algebrica. Divisori d'una funzione intera e massimo

Digitized by Google

comun divisore di due. Radici multiple d'un'equazione algebrica e riduzione di questa ad equazioni con sole radici semplici.

Capitolo quarto: Generalità sul peso delle funzioni e sulle funzioni simmetriche. Funzioni simmetriche elementari. Funzioni simmetriche intere omogenee ed isomorfe. Formule di Girard o Newton per le funzioni simmetriche semplici. Discriminante d'un'equazione algebrica. Le funzioni simmetriche razionali, e le funzioni alternanti.

Capitolo quinto: Risultante di due equazioni algebriche, coi metodi delle funzioni simmetriche di EULERO e di SYLVESTER. Teorema di BÉZOUT sul grado della risultante dell'eliminazione d'un'incognita fra due equazioni algebriche a due incognite; suo significato geometrico.

Capitolo sesto: Generalità sulle trasformazioni lineari, e trasformate elementari. Risoluzione delle equazioni di 3.° e di 4.° grado, e discussione delle formule risolventi.

Capitolo settimo: Generalità e teorema fondamentale sul numero delle radici reali d'un'equazione a coefficienti reali, compresi tra due numeri reali e relative considerazioni geometriche. Teoremi di BUDAN e FOURIER, di CARTESIO, di ROLLE, di STURM e conseguenti criterii per il numero delle radici reali d'un' equazione algebrica a coefficienti reali e per la realtà di tutte le radici.

Capitolo ottavo: Calcolo di limiti inferiori e superiori alle radici, positive e negative, d'un'equazione algebrica a cofficienti reali. Calcolo delle radici razionali. Separazione delle radici irrazionali mediante le funzioni sturmiane e loro calcolo approssimato col metodo di NEWTON e FOURIER.

Appendice: Quadriche definite e loro caratteri. Riduzione delle quadriche a forma canonica e completa esposizione della teoria delle equazioni algebriche, da cui essa dipende. Legge d'inerzia. Applicazioni alle teorie geometriche delle coniche e delle quadriche.

F. GIUDICE.

ENRICO PUCCINI. *Il concetto dell'infinitesimo nello studio della matematica elementare. Lettera aperta al Comm. Francesco Torraca.* Pistoia, Flori 1901, 8.° p. 22 [Prezzo Cent. 50].

L'idea sostenuta dall'A. di applicare i concetti di infinitesimo ed infinito a tutte le parti della Matematica risale, se non all'infanzia, almeno all'adolescenza di questa disciplina. Innumerevoli furono i tentativi intesi ad attuarla, alcuni riusciti (per quanto si riferisce ai rami più alti), altri completamente falliti; donde la ragione del generale convincimento che quei concetti, malgrado siano in apparenza semplici e naturali, sono in realtà di quelli che si rifiutano ad una

Digitized by Google

trattazione, rigorosa ed elementare ad un tempo; donde anche la spiegazione dei molteplici e svariati artificî che vennero escogitati per conseguire gli stessi scopi senza ricorrere a quantità infinite od infinitesime.

Gli argomenti scelti dal Sig. Puccini per difendere la tesi che egli prese a patrocinare non riusciranno certamente a persuadere i matematici. I quali anzi, dopo di avere notato che l'autore « ripensando a quanto è stato detto, trattando del concetto d'infinitesimo nello studio della circonferenza » (p. 19) è stato condotto ad una pretesa trisezione dell'angolo *con riga e compasso*, troveranno una nuova valida ragione per equiparare il concetto d'infinitesimo ad una di quelle armi pericolose che spesso feriscono chi le adopera, ad una di quelle armi insidiose che, nelle mani di chi non è provetto, può condurre a conseguenze deplorevoli; onde riterranno che il legislatore oculato deve ben guardarsi dal concedere a tutti il diritto di servirsene! G. L.

R. Heger. *Fünfstellige logarithmische und goniometrische Tafeln. Sowie Hülfstafeln zur Auflösung höherer numerischer Gleichungen. Für den Gebrauch an höheren Schulen.* Leipzig und Berlin, G. B. Teubner, 1900 8.° gr. p. II + 112 [Prezzo del Vol. leg. Mk. 1,60].

La materia di questo volume essendo in parte differente da quella che contengono le opere aventi un titolo analogo, è necessario che indichiamo lo scopo di ciascuna delle varie sezioni che la costituiscono.

I. Tavole dei logaritmi volgari dei numeri naturali *con 5 decimali* e dei numeri da 100,000 a 110,000 *con 7 decimali.*

II. Numeri speciali: funzioni di π, numeri astronomici, misure terresteri, gravità, lunghezza del pendolo.

III. Logaritmi volgari a 5 decimali delle funzioni goniometriche, pei primi sei gradi di 10 in 10 secondi, poi di minuto in minuto.

IV. Lunghezza degli archi circolari e valori delle funzioni goniometriche.

V. Logaritmi della somma (o della differenza) di due numeri di cui riconoscono i logaritmi.

VI. Quadrati dei numeri da 100 a 999.

VII. Radici quadrate dei numeri da 100 a 999, con quattro decimali esatte.

VIII. Tavole ausiliare per la risoluzione delle equazioni cubiche. (Dà i valori delle funzioni $x \pm x^3$, ove x è un numero compreso fra 0 e 5, composto di interi, decimi e centesimi; essa serve a risolvere tutte le equazioni cubiche, perchè queste sono sempre riducibili alla forma $x^3 \pm x + A = 0$).

Digitized by Google

IX. Segmenti di parabola. (Questa tavola dà i valori della funzione $\frac{1}{3}x^3 + x$, ove x è un numero compreso fra 0 e 10, espresso in interi, decimi, centesimi).

X. Cilindri e paraboloidi rotondi. (Valori della funzione $x^2 - x^3$ per 0.01, 0.02, ..., 0.99).

XI. Zone sferiche. (Valori della funzione $x^2 - \frac{1}{3}x^3$ per gli stessi valori di x).

XII. Cono inscritto in una sfera. (Valori della funzione $x^2 - \frac{1}{2}x^3$ per $x = 0.02, 0.04, \ldots, 1{,}98$).

XIII. Cono circoscritto al cilindro. (Valori della funzione $y = x^3 : (x - 1)$ per $x = 1.30, 1.35 \ldots, 4.00$).

XIV. Cono circoscritto ad un emisfero. (Valori della funzione $y = x^3 : (x^2 - 1)$ pei suindicati valori di n).

XV. Cilindro e cono inscritti in un emisfero. (Valori della funzione $y = \frac{1}{2} + x - \frac{1}{2}x^2 - x^3$ per $x = 0.01, 0.02, \ldots 0.99$).

XVI. XVII. Due cilindri con la stessa altezza in un emisfero od in un cono. (Valori delle funzioni $y = \frac{2}{5}x - x^3$, $2 = 1 - 5x + 9x^2 - 5x^3$ per $x = 0.01, 0.02, \ldots 0.50$).

XVIII. Momento di un cono circoscritto ad una sfera di raggio 1 rispetto al centro. (Valori della funzione $y = x^2 (x - 2) : (x - 1)^2$ per $x = 2.2, 2.4, \ldots, 9.2$).

XIX. Due rettangoli simili inscritti in un triangolo isoscele. (Valori della funzione $y (x + x^3) (1 - x)$ per $x = 0.01, 0.02, \ldots, 0.99$).

XX. Momento di un triangolo isoscele circoscritto ad un cerchio di raggio 1. (Valori della funzione $y = x^5 : (x - 1)$ per $x = 1.02, 1.04, \ldots, 5.00$).

XXI. Due cilindri simili inscritti in un cono. (Valori della funzione $y = (x^2 - x^3) (1 + x^3)$ per $x = 0.01, 0.02, \ldots, 0.99$).

XXII. Settori di circolo, di ellisse e di cicloide. (Valori della funzione $\varphi - \text{sen } \varphi$ per $\varphi = 1.^\circ, 2.^\circ, \ldots, 179.^\circ$).

XXIII. Divisione di un settore circolare. (Tavole, a doppia entrata, pel calcolo della funzione $\frac{1}{2}(2\psi - \text{sen } 2\psi) + \text{sen}^2 \varphi \cot \varphi$).

XXIV. Divisione di un segmento circolare. (Tavole di valori della funzione $\varphi - \text{sen } \varphi + \psi - \text{sen } \psi + 2 \cos \frac{\varphi - \psi}{2} + 2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2}$).

XXV - XXVI. Segmenti ciclo-parabolici. (Tavole di valori per le funzioni $\varphi + \frac{1}{3} \text{sen } \varphi$, $\varphi - \frac{1}{3} \text{sen } \varphi + \frac{4}{3} \text{sen } \frac{\varphi}{2}$, ove $\varphi = 2.^\circ, 4.^\circ, \ldots, 180^\circ$).

XXVII. Baricentro di settori o archi circolari. (Valori delle funzioni $\frac{\text{sen } \varphi}{\varphi}$, $\frac{\text{tg } \varphi}{\varphi}$ e $\frac{\text{sen } \varphi}{\varphi} - \text{arc } 1.^\circ \cos \varphi$ per $\varphi = 20, 25, \ldots, 45, 50, 52, \ldots, 88, 90$).

Digitized by Google

XXVIII. Equazione di Keplero per Mercurio e Marte. (Valori della funzione $\frac{\varphi}{\varepsilon} - \text{sen } \varphi$, ove $\varphi = 4.^{\circ}, 8.^{\circ}, \ldots, 180.^{\circ}$ e ε ha uno dei due valori seguenti: 0.20560, 0.09326).

XXIX. Evolvente di circolo. (Valori della funzione $\varphi - \text{arc tg } \varphi$ per $\varphi = 0.05, 0{,}10, \ldots, 7.90, 8.00$).

XXX. Tavole di mortalità.

XXVI. Numeri geografici, astronomici, fisici e chimici. (Latitudine e longitudine di osservatorî astronomici, elementi dei pianeti maggiori; densità di alcuni corpi; moduli e limiti d'elasticità; pesi specifici; pesi atomici; ecc. ecc.).

Questo semplice riassunto è sufficiente a mostrare quante cose utili ed interessanti, specialmente pei cultori delle matematiche applicate, l'A. abbia saputo reccogliere in meno di sette fogli di stampa; basti ciò a raccomandarlo alla loro attenzione. G. L.

PROGRAMMI E RIASSUNTI DI CORSI UNIVERSITARI

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Geometria superiore svolto nell'anno scolastico 1900-1901.

ART. 1.° — *Sulle corrispondenze* $(n\,n')$ *e sulle involuzioni negli enti razionali semplicemente infiniti.*

Definizioni preliminari. — Principio di corrispondenza di Chasles. — Curva di una corrispondenza. — Proposizioni varie sulla moltiplicità di un elemento unito. — Esempi.

Ramo di una curva piana. — Moltiplicità di intersezione di due curve piane in un punto comune — Ramo di tangenti aderente ad un ramo di punti. — Teorema di Zeuthen sulla moltiplicità di un punto unito in una corrispondenza.

Involuzioni di 1.ª specie. — Loro razionalità — Applicazione alle curve razionali. — Involuzioni di specie r. — Loro razionalità e proposizioni varie relative ad esse.

ART. 2.° — *Sui sistemi lineari di curve piane algebriche.*

Definizioni e proposizioni preliminari. — Un sistema algebrico di cui r punti generici appartengono a una sola curva è un sistema lineare. — Osservazioni sul grado D. — Una curva generica di un sistema irriducibile non ha punti multipli variabili. — Un sistema riducibile contiene parti fisse ovvero (oltre a queste eventualmente) è una involuzione in un fascio. — I due casi di $D = o$, $D > o$.

Digitized by Google

Curve fondamentali e loro valenza. — Se un sistema lineare irriducibile di grado D è contenuto parzialmente in un sistema lineare irriducibile di grado Δ, si ha $D < \Delta$. — Sistemi completi ed incompleti. — Sistemi dedotti da un sistema completo aggiungendo o togliendo una parte fissa. — Sistemi semplici e composti. — Caso in cui le curve per un punto generico hanno ivi una tangente comune. — Condizione dell'annullarsi identico del jacobiano di tre forme ternarie.

Proprietà dei sistemi irriducibili in relazione alle singolarità base (ordinarie, con tangenti variabili). — Sistemi regolari e sovrabbondanti. — Per dati punti base p_1^{uplo}, p_2^{uplo}, ... e per n abbastanza grande ($\geq \Sigma p_i$) il sistema è regolare. — Difetto di completezza. — Sistemi lineari di ordini successivi $n-1$, n, $n+1$, ... colle stesse singolarità base. — Proposizioni varie relative ad essi.

Formole. — La relazione fondamentale $D = r + p - s - 1$. — Conseguenze per il genere $p = o$, 1. — I sistemi algebrici di grado $D = 1$ e di dimensione > 1 sono sistemi omaloidici. — Serie lineare sopra una curva. — Sua dimensione. — Applicazione all'argomento precedente (dei sistemi lineari di ordini successivi).

ART. 3.° — *Sui sistemi lineari di superficie algebriche.*

Proposizioni analoghe a quelle per i sistemi di curve piane e che comportano la stessa dimostrazione. — Linee base e punti base isolati. — Grado D di un sistema. — I sistemi di grado $D = o$. — Un punto variabile comune a tre superficie generiche ($D > o$) descrive tutto lo spazio. — I sistemi algebrici di grado $= 1$ e di dimensione > 2 sono sistemi omaloidici. — Sistemi composti. — Caso in cui le superficie per un punto generico abbiano ivi la stessa tangente. — Condizione dell'annullarsi della jacobiana di quattro forme ternarie. — Esempio. — Serie lineari sopra una curva gobba o superficie.

Sistemi lineari di superficie definiti da linee basi. — Particolare loro determinazione. — Costruzione di una superficie con dato comportamento lungo date linee basi. — Per un gruppo dato di elementi base e per un ordine sufficientemente elevato, il sistema delle curve sezione di un piano generico con un sistema di superficie è regolare e completo. — Formola di postulazione che ne segue.

ART. 4.° — *Sulle trasformazioni razionali e birazionali del piano e dello spazio.*

Generalità sulle trasformazioni razionali fra due piani e due spazî. — Punti corrispondenti all'intorno di un punto dello spazio semplice; nel caso generale; nel caso che il punto sia sulla jacobiana delle superficie corrispondenti a piani dello spazio multiplo; nel caso che sia punto fondamentale, cioè comune a tali superficie. — Si distinguono

Digitized by Google

(per lo spazio) tre specie di punti fondamentali. — Linee fondamentali di 1.ª e 2.ª specie. — Nelle trasformazioni cremoniane le superficie fondamentali formano in ciascun spazio la jacobiana.

Trasformazione quadratica nel piano. — I casi involutori. — Formole nel caso di due o dei tre punti fondamentali infinitamente vicini. — Successione di trasformazioni quadratiche. — Trasformazioni di Ionquières. — Riduzione a tipi dei sistemi lineari di genere 0, 1. — Riduzione di un fascio di curve razionali e di una rete omaloidica.

Costruzione dei sistemi omaloidici a cui appartiene una data superficie razionale. — Una quadrica appartiene a tre specie di sistemi omaloidici. — Determinazione delle parti di jacobiana corrispondenti, in una trasformazione cremoniana, a linee fondamentali di 1.ª specie, mediante la rappresentazione piana di superficie dei sistemi omaloidici. — Le trasformazioni cremoniane (22), (23), (24). — Rappresentazione piana di una superficie gobba di 3.° grado, di una superficie generale del 3.° ordine e di una superficie di Steiner. — Superficie di 4.° ordine con tre punti doppi conici e un tacnodo. — Trasformazione cremoniana (33) generale. — Trasformazione tetraedrale.

ART. 5.° — *Trasformazione di una curva piana in un' altra con singolarità ordinarie. — Sistemi lineari di curve piane con singolarità base qualunque.*

Riduzione di una curva piana qualunque ad un' altra curva piana con singolarità ordinarie per trasformazioni cremoniane. — Applicazione alla riduzione di un sistema lineare in un altro con punti base ordinarî e tangenti variabili. — Osservazioni sull' ordine e la classe dei successivi trasformati di un ramo di curva piana. — Scomposizione di una singolarità qualunque in punti multipli successivi. — Conseguenza per la moltiplicità d' intersezione di due curve in un punto. — Genere di una curva piana qualunque. — Teorema di Riemann. — Genere di una curva composta. — Curve aggiunte e prime polari di una data curva. — Altro carattere (di Segre) per un punto singolare rispetto ai punti multipli successivi in una stessa direzione. — Moltiplicità d' intersezione di una curva e di un ramo in un punto.

Sistemi lineari di curve piane con singolarità base qualunque. — Estensione delle denominazioni, proposizioni e formole dimostrate per singolarità basi ordinarie. — Numeri relativi ad un sistema lineare qualunque invarianti per trasformazioni cremoniane.

ART. 6.° — *Riduzione di una curva per trasformazioni cremoniane dello spazio — Riduzione di una curva piana ad un' altra con soli punti doppi.*

Riduzione di una curva piana o gobba ad un' altra con singolarità ordinarie mediante una successione di particolari trasformazioni (22).

Digitized by Google

— Riduzione di questa ad un'altra priva di singolarità mediante una successione di trasformazioni (23). — Applicazione ai fasci lineari di curve sopra una superficie.

Altra applicazione alla trasformazione biunivoca di una curva piana in un'altra curva piana fornita di soli punti doppî. — Trasformazione piana doppia con curva limite di 4.° ordine. — Applicazione di tale trasformazione a dimostrare nuovamente la proposizione precedente.

ARY. 7.° — *Sulla geometria delle serie lineari sopra una curva algebrica.*

Nozioni preliminari. — Serie composte. — Teorema sulla composizione di una serie. — Numero dei punti doppi di una g_n^1. — Determinazione di ogni g_n^r per curve aggiunte. — La serie minima che contiene due g_n^r, $g_n^{r'}$ aventi a comune una g_n^ρ (e non una $g_n^{\rho+1}$) è una $g_n^{r+r'-\rho}$. — Gruppi indipendenti di una g_n^r. — Serie segnata da tutte le curve (superficie) di un dato ordine.

Serie complete e incomplete. — Seria caratteristica di un sistema lineare. — Serie residua di un gruppo di punti e di una serie rispetto ad una serie completa. — Somma di due o più serie. — Serie multipla di una serie data. — Condizioni che i punti di un gruppo presentano alla somma di più serie o ad una serie multipla.

Ordine e dimensione delle serie segnate dalle curve aggiunte. La relazione $n - r \leq p$ per una g_n^r completa. — Caso di $p = o$. — Serie speciali e non speciali. — Teorema diretto di riduzione. — Teorema delle serie speciali. — Una serie non speciale è completa o no secondochè $n - r = p$ ovvero $> p$. — Serie canonica: è l'unica g_{2p-2}^{p-1} esistente sulla curva: non ha punti fissi. — Sistema aggiunto puro: è invariantivo per trasformazioni cremoniane. — Teorema di *Riemann-Roch:* forme e conseguenze diverse. — Curve iperellittiche, ellittiche e razionali. — Modulo di una curva ellittica. — Teorema di *Clifford.* — Teorema inverso di riduzione. — Estensione del teorema di riduzione.

Condizioni affinchè una curva piana d'ordine m sia proiezione di una curva gobba di ordine m. — I due casi $m > p+2$, $m \leq p+2$. — Condizione affinchè una curva piana di ordine m sia proiezione di una curva gobba di ordine $m+1$. — Teorema di *Noether* e *Lückensatz* di *Weierstrass.*

La serie k^{upla} di una data g_n^r è non speciale se $k \geq \chi = I\frac{n-2}{r-1}$. — Massimo valore π del genere per una curva contenente una g_n^r. — Teoremi di *Halphen.* — I difetti di completezza d_χ $d_{\chi+1}$ ... sono

Digitized by Google

successivamente decrescenti e minori della deficienza di genere $\pi - p$. — Se $k > \chi + \pi - p$ il difetto di completezza è costante. — Caso delle curve piane. — Caso delle curve gobbe. — Superficie aggiunte di ordine $k \geq n - 2$ per tali curve e serie complete segnate da esse. — Tutte le superficie di ordine $k \geq n - 2$ segnano sopra una curva gobba priva di singolarità una serie completa non speciale. — Modificazione prodotta dalla presenza di punti singolari. — Il numero dei punti doppi di una curva gobba non può superare la deficienza di genere. — Postulazione di una curva gobba semplice per superficie di dato ordine, e teoremi relativi. — Curve di genere massimo; esistono sopra superficie di 2.° grado.

ART. 8.° — *Applicazione della geometria sopra una curva ai sistemi lineari di curve piane.*

Un sistema lineare è regolare o sovrabbondante secondochè la sua serie caratteristica è non speciale (ad es.° se $D > 2p - 2$ o $r > p$), ovvero non speciale. — Se $D > 2p$ o $r > p + 1$ il sistema è semplice — Per un sistema sovrabbondante ($s > o$) si ha $s \leq p - r + 1$. — Casi nei quali ha luogo il segno di eguaglianza. — Un sistema iperellittico sovrabbondante è composto con una involuzione piana di 2.° ordine. — Condizione affinchè un sistema iperellittico regolare sia composto (con una involuzione piana di 2.° ordine). — Esempio. — Un sistema lineare il cui aggiunto puro è riducibile, è iperellittico: la reciproca è vera se il sistema non è composto. — In questo caso il sistema è riducibile per trasformazione cremoniana a curve di ordine m con punto $(m-2)^{\text{uplo}}$.

Curve fondamentali di un sistema lineare di genere $p = o, 1$. — Il genere π di una curva fondamentale non può superare la sovrabbondanza s. — Se $\pi = s$ e la serie residua della caratteristica non ha punti fissi, la curva fondamentale passa per tutti i punti base. — Nella stessa ipotesi $\pi = s$, se la curva fondamentale non passa per punti base ρ_1^{uplo}, ρ_2^{uplo}, ... esiste un sistema $\infty^{r + \Sigma \rho_i}$ che proviene dal dato soltanto col ridurre a $\rho_1 - 1$, $\rho_2 - 1$.... le moltiplicità in quei punti.

Proprietà di un particolare sistema sovrabbondante. — Osservazioni sui gruppi di punti dipendenti per una curva di dato ordine. — Un sistema irriducibile sovrabbondante ha almeno nove punti base. — I due casi di un sistema irriducibile sovrabbondante definito da nove punti base.

Un sistema ∞^{r-1} riducibile contenuto in uno ∞^r, irriducibile, semplice e di genere $> o$ (dello stesso ordine) deve comporsi di una curva fondamentale di questo sistema e di un sistema irriducibile. — Se una

Digitized by Google

curva è fondamentale per il sistema di curve passanti per un punto generico di un sistema irriducibile semplice dato e non lo è per questo, il sistema dato è razionale. — Le curve di un sistema ∞^r, d cui $p > o$ ed $r > p + 2$, che passano per un punto generico doppiamente formano un sistema ∞^{r-3} e di genere $p - 1$. — Estensione di questo teorema. — La dimensione di un sistema lineare, di genere $p > o$, non può superare $3p + 5$ (limite raggiunto). — Altra forma ed estensione del teorema. — Proprietà che ne segue per le curve μ — gonali.

E. Bertini.

NECROLOGIO

E. B. Christoffel. Il terzo fascicolo del Vol. LIV dei *Mathematische Annalen*, contiene, assieme ad un lungo ed importante lavoro del Christoffel, due articoli necrologici intorno a questo eminente matematico, scritti uno in comune da due matematici — C. F. Geiser e L. Maurer — l'altro di un filosofo — il Windelband — che dell'estinto fu collega ed amico.

Nato a Montjoie il 10 Novembre 1829 Elwin Benno Christoffel fu istruito prima nel Ginnasio di Colonia, poi nell'Università di Berlino; qui egli subì l'influenza del Dirichlet, alla quale mai più si sottrasse. Conseguita a Berlino la laura dottorale il 12 Marzo 1856 e poi il grado di libero docente nel 1859, per tre anni egli esercitò questo ufficio, finchè fu chiamato a succedere nel Politecnico di Zurigo al Dedekind. Ivi rimase sino al 1869, quando il Reuleaux lo fece nominare professore alla « Gewerbe-Akademie » di cui egli era direttore. Ma dopo tre anni, le difficoltà che incontrava a Berlino nell'adunare attorno a sè un nucleo di studenti capaci di seguire le sue dotte lezioni, lo indussero ad accettare il posto offertogli (1872) nell'Università di Strasburgo, a cui il governo tedesco stava per imprimere una vita novella. Ivi rimase per più di vent'anni, fino cioè al momento in cui chiese ed ottenne il meritato riposo; da allora in poi, fino al giorno della sua morte (15 Marzo 1900), tutta la sua energia intellettuale fu spesa a portare a compimento le investigazioni intraprese.

Del Christoffel rimangono, oltre a buon numero (35) di lavori, sui quali venne da tempo pronunciato un lusinghiero giudizio, molti scritti inediti attualmente depositati presso l'Università di Strasburgo; rimangono poi varî corsi di lezioni, pubblicando i quali verrebbe estesa oltre ai confini dell'Alsazia, la benefica influenza di chi, per consenso universale, era considerato un professore coscienzioso, efficace ed originale, come era classificato fra i matematici di primo ordine.

Digitized by Google

* * *

Otto Boëklen nacque a Weinsberg il 12 Settembre 1821. Dopo di avere frequentate le scuole classiche di Backnang, studiò dal 1835-38 a Stuttgart nella scuola destinata a divenire l'odierno Politecnico; era sua intenzione di consacrarsi alla meccanica, ma la sua vista debole glielo impedì, sicchè si volse alla carriera dell'insegnante. Studiò in conseguenza a Tübingen negli anni 1839-41 e a Ginevra nel 1842-43; nel 1844 ottenne una cattedra nella Scuola reale di Ulm. Di qui passò successivamente a Ravensburg, a Lauffen, a Bopfingen ed a Sulz. Nel 1858 si addottorò a Tübingen, nel 1869 andò professore ad Hall e nel 1876 rettore della Scuola reale di Reutlingen; nel 1895 gli venne conferita una seconda laura *honoris causa* e tre anni dopo venne collocato a riposo. Nel 1899 si trasferì a Stuttgart, ove si spense il 20 Luglio 1900.

Un elenco completo delle pubblicazioni del Böklen (che ascendono a 105) si trova in fine della bella Necrologia che ne scrisse E. Wölffing e che venne inserita nel Fascicolo di Gennaio 1901 delle *Mathem.-naturwiss. Mittheilungen* pubblicate dal *Mathem.-naturwiss. Verein in Württenberg.*

NOTIZIE

I Premi dell'Istituto di Francia. — Nella seduta del 17 Dicembre 1900 vennero conferiti i seguenti premi:

Gran premio delle scienze matematiche (« perfezionare in qualche punto importante la ricerca delle classi di forme quadratiche a coefficienti interi e di due indeterminate ») al Prof. M. Lerch dell'Università di Friburgo (Svizzera). *Premio Francoeur* a E. Mallet. *Premio Poncelet* a L. Lecornu. Pel premio Bordin (« sviluppare e perfezionare la teoria delle superficie applicabili sul paraboloide di rivoluzione ») non si presentò alcun concorrente.

Il premio Lalande (per l'astronomia) toccò al Sig. Giacobini dell'Osservatorio di Nizza; il premio Damoiseau al Prof. J. von Heppelberg dell'Università di Graz; il premio Valz all'abbate Verschaffel direttore dell'osservatorio d'Abbadia ed il premio Janssen al Sig. Barnard direttore dell'osservatorio di Lick (California).

Per l'anno 1902 venne riproposto pel premio Bordin (3000 fr.; scadenza 30 Settembre 1902) il tema sopraricordato, mentre come soggetto del Gran premio per le Scienze matematiche venne assegnato

Digitized by Google

il seguente: *Perfezionare, in un punto importante, l'applicazione della teoria dei gruppi continui allo studio delle equazioni a derivate parziali.* Finalmente l'Accademia accorderà il premio Damoiseau (1500 fr.; scadenza 1.° Giugno 1902) a chi *completerà la teoria di Saturno data da Leverrier, facendo conoscere le formole rettificative capaci di stabilire l'accordo fra le osservazioni e la teoria.*

* * *

TEMA DI MATEMATICA PROPOSTO DALLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE ESATTE FISICHE E NATURALI DI MADRID: « I matematici spagnuoli del Secolo XVI. Notizia biografica sui principali di essi. Ed esposizione succinta e critica delle opere che essi composero, stampate o non, degne di considerazione per qualche ragione ». Le memorie dei concorrenti devono essere scritte in castigliano o in latino, e presentate alla Segreteria dell'Accademia entro il 31 Dicembre 1902; il premio consiste in 1500 *pesetas* ed una medaglia d'oro.

* * *

TEMA DI MATEMATICA RIPROPOSTO DALLA R. ACCADEMIA DI BERLINO PER L'ANNO 1905: « Risolvere completamenle qualche problema importante sino ad ora irresoluto relativo alla teoria delle superficie, applicando, possibilmente i metodi ed i principi di Steiner ». Premio Marchi 4000, Accessit Marchi 2000.

* * *

CONGRESSO INTERNAZIONALE DI FILOSOFIA. La terza Sezione di questo congresso era intitolata: *Logica e Storia delle scienze.* Pel suo ordine del giorno (cfr. questo *Bollettino*, T. III, 1900, p. 32) era capace di destare l'interesse dei matematici. Che essi vi siano accorsi in buon numero ed abbiano preso parte attiva alle discussioni emerge dall'esteso resoconto pubblicato dalla *Revue de métaphisique et de morale* (8° Année, 1900).

* * *

CORREZIONI ED AGGIUNTE all' *Elenco delle pubblicazioni di C. Hermite* (v. pag. 20-31 del presente volume) (1). Nel n. 29 si deve leggere G. di Crelle LII e nel n. 109, LXXXV; nel n. 89 si deve leggere « sur

(1) In parte provenienti da amichevoli osservazioni dei Professori M. Nöther e E. Wölffing, ed in parte dall'esame di un importante scritto di P. Mansion annesso al Fascicolo di Maggio 1901 di *Mathesis*.

Digitized by Google

la réduction des formes quadratiques »; il n. 92 è da togliersi non essendo opera di *Carlo* Hermite; vanno aggiunti:

1848.

Note (sur un théorème de Fermat). G. di Lionville, T. XIII.

1865.

Deux intégrales doubles. Ann. de l'Ec. norm. sup., T. II.

1866.

Nota ad uno scritto del Sylvester. Nouv. Ann., 2.ª Serie, T. V.

1868.

Due note alle *Leçons d'algèbre supérieure par* G. Salmon, *traduit par* M. Bazin (Paris).

Prefazione a: Valson, *La vie et les travaux du Baron Couchy* (Paris).

1873.

Sur l'elimination des fonctions arbitraires. Rep. of the Brit. Association.

1880.

Sur la différentiation des fonctions elliptiques par rapport au module. Astr. Nachrichten T. XCVI.

1884.

Sur les polynômes de Legendre. G. di Teixeira, VI.

1899.

Remarques sur une identité liée à la théorie des polynômes de Legendre. Ofversigt af Finsks Vetenkaps-Soc. Forh. T. XLII.

1901.

Extrait d'une lettre à M. Jahnke. Archiv. der Math. und Phys., 3.ª Serie, T. I.

Sur une équation transcendante. Ivi.

Cogliamo l' occasione propizia che ci si offre per annunciare ai nostri lettori che le opere complete dell' Hermite verranno pubblicate, per cura della famiglia, dalla casa Gauthier-Villars e sotto la direzione di E. Picard, genero dell' illustre estinto.

*
* *

VEREIN ZUR FÖRDERUNG DES UNTERRICHTS IN DER MATHEMATIK UND DEN NATURWISSENSCHAFTFN. Sotto questo titolo venne da qualche anno fondata in Germania una Società che si propone di promuovere l' insegnamento della Matematica, del Disegno geometrico, delle Scienze

Digitized by Google

naturali e della Geografia, per quanto concerne lo scopo, l'estensione ed i metodi di tali scienze, nell'intento di assicurare ad esse il meritato posto. L'azione di tale Società si estende a tutto ciò che può agevolare il conreguimento dell'indicato scopo; comprende in particolare:

a) il perfezionamento dei mezzi didattici e il loro uso nell'insegnamento;

b) la preparazione degli insegnanti;

c) l'applicazione all'insegnamento dei progressi della scienza e della tecnica.

Il contributo annuale dei soci (scelti tanto fra i maestri, quanto fra tutti quelli che s'interessano alle questioni didattiche) è di Marchi 3, e dà diritto a ricevere tutte le pubblicazioni della Società, in particolare il periodico *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* (Verlag von O. Salle, Berlin), organo della Società testè entrato nel suo VII anno di vita.

* * *

Catalogo generale della Libreria italiana dall'anno 1847 a tutto il 1899. Sotto questo titolo l'Associazione tipografico-libraria italiana, che ha sede a Milano, ha intrapresa la pubblicazione di un'opera di grande mole (circa 150 fogli di 16 pagine caduno, in 8.° gr. a due colonne) compilata dal Prof. Attilio Pagliaini, bibliotecario della R. Università di Genova. Il *Catalogo* è disposto in ordine alfabetico per autori e verrà corredato di un indice a materie. Esso comprende, oltre i libri stampati in Italia dal 1847 a tutto il 1899 in qualsiasi lingua, anche quelli editi all'estero in lingua italiana; vennero ommesse le pubblicazioni periodiche, quelle ufficiali del Governo, delle Provincie e dei Comuni, nonchè gli opuscoli di scarsissimo valore.

Di ogni libro è notato il cognome ed il nome dell'autore, il titolo, il luogo e l'anno di stampa, l'editore (od in mancanza il tipografo), il formato, il numero dei volumi, se più d'uno, e quello delle pagine, ed il prezzo originale di vendita. Basti ciò a provare che il *Catalogo generale della Libreria italiana* è un repertorio completo della produzione italiana di questi ultimi cinquantatre anni, epperò gioverà grandemente, non solo a librai ed editori, ma anche ai bibliografi, ai bibliofili ed agli studiosi in genere.

La pubblicazione è fatta a fascicoli mensili di 30 pagine; prezzo di ciascuno L. 2,50. (La libreria *Carlo Clausen, Torino* accetta associazioni).

* * *

Momumento a F. Brioschi. All'appello rivolto agli scienziati di tutto il mondo civile per contribuire ad onorare solennemente Francesco Brioschi presero parte 1128 sottoscrittori. La cospicua somma

Digitized by Google

raccolta venne erogata 1.° all' acquisto, da parte dell' Istituto tecnico superiore di Milano, della biblioteca lasciata dal sommo analista e della libera disposizione dei suoi scritti; 2.° alla pubblicazione dei suoi scritti matematici (il primo volume di tale collezione è già pronto per veder la luce); 3.° a collocare un ricordo presso il R. Istituto Lombardo e uno presso il Collegio degli Ingegneri; 4.° all'erezione di un monumento nel R. Istituto Tecnico Superiore. Questa ultima deliberazione fu già tradotta in atto e l' inaugurazione di quel monumento venne fatta il 13 Dicembre 1900, terzo anniversario della morte del Brioschi. I discorsi pronunziati in quell'occasione da G. Colombo, P. Blaserna, G. Celoria, G. Bardelli, nonchè dello studente F. Squassi, discorsi in cui è contemplata, da vari punti di vista, la meravigliosa attività del grande scienziato, vennero pubblicati in un elegante opuscolo dal titolo: *Inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi, nel Regio Istituto Tecnico superiore di Milano*, XIII *Dicembre* MDCCCC. *Adesioni e rappresentanze, discorsi, elenco dei sottoscrittori* (Milano 1901).

* * *

PUBBLICAZIONI RECENTI SULLA STORIA DELLE MATEMATICHE. H. Suter. *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke.* (Abhandl. zur Gesch. der mathem. Wissenschaften, X Heft, Leipzig, Teubner 1900; p. X + 278, 8.°, Mk. 14).

È una preziosa raccolta di articoli biografici e bibliografici concernenti i matematici Arabi; l'autore non solo enumera le opere di questi, ma con scrupolosa cura indica quelli che esistono tuttora ed in quali biblioteche si trovano; è pertanto un lavoro che, se non costituisce una vera storia delle scienze esatte presso i seguaci di Maometto, ne è però la preparazione immediata.

H. BOSMANS, *Le traité des sinus de Michiel Coignet* (Annales de la Soc. scientif. de Bruxelles, T. XXV, 2e Partie, 1901). Servendosi di un manoscritto esistente nella R. Biblioteca del Belgio, l'A. pubblica integralmente per la prima volta il *Traicté des sinus, contenant un abregé pour faire les tables des sinus, par laijde desquelles se feront les tables des tangents et secantes,* corredandolo di preziose note esplicative; del *Traicté des triangles plans* dello stesso autore, facente parte del medesimo codice, il Bosmans presenta invece un semplice riassunto, dopo di avere adunati con cura tutti i dati concernenti la vita e le opere del Coignet.

M. SIMON. *Euclid und die sechs planimetrischen Bücher. Mit. Benutzung der Textausgabe von Heiberg* (Abh. zur Gesch. d. mathem. Wiss. XI Heft. Leipzig, Teubner 1901; p. VII + 141. Prezzo Mk. 5). L'A., che è un sincero ammiratore del metodo euclideo, col presente opuscolo si è proposto di diffondere in Germania la conoscenza degli

Digitized by Google

Elementi; a tale scopo egli presenta una traduzione commentata dei primi sei libri — secondo il testo pubblicato dall' Heiberg — dopo di avere, in una succosa introduzione, date notizie biografiche e bibliografiche sopra Euclide, i suoi lavori ed i suoi commentatori. Benchè il celebre Alessandrino e la sua opera capitale siano notissimi fra noi, pure lo studio del coscienzioso scritto del Sig. Simon potrà tornare utile a molti anche in Italia.

M. CANTOR. *Sur l'historiographie des mathématiques* (Paris, Gauthier-Villars 1901). Discorso pronunziato al Congresso internazionale dei Matematici.

* * *

QUESTIONE POSTA COME TEMA DI CONCORSO PER L' ANNO 1902 DALLA R. ACCADEMIA DI DANIMARCA. — Si è tentato da lungo tempo di eseguire, considerando certe forme estreme costituite da rette, parecchie numerazioni concernenti le curve gobbe algebriche, e, l' anno scorso, Berzolari e Severi, fecero di tal metodo delle applicazioni ampie e continuate. Ma tale via non porge la completa certezza della generalità dei risultati che a condizione che ogni curva algebrica appartenga ad una famiglia di curve tale 1.° che i numeri in questione rimangano gli stessi per tutte le curve che esso abbraccia, e 2.° che alcune fra tali curve siano costituite di rette.

Alla prima di tali condizioni soddisfanno le famiglie risultanti dalla classificazione segnalata da Schwarz ed eseguita su larga scala da Halphen e Naether. Tutto si riduce quindi a sapere se ognuna di tale famiglia abbracci delle curve composte di rette.

Una risposta affermativa a questa questione somministrerebbe delle vere dimostrazioni per le numerazioni trovate seguendo la via indicata ed in pari tempo un mezzo sicuro per eseguirne delle nuove. Le curve composte potrebbero egualmente servire come rappresentazioni tipiche delle varie famiglie. Invece una risposta negativa limiterebbe a certe famiglie di curve la portata delle vere dimostrazioni ottenute in tal modo. Si collegherebbe a tale questione un' altra, cioè se i risultati stessi non restino veri che per quelle famiglie, oppure se quelle dimostrazioni, debitamente modificate, non permetterebbero di estenderle alle altre famiglie, od almeno, ad una parte di queste ultime.

L' Accademia propone quindi la sua medaglia d' oro (di 320 corone) per *una risposta ben giustificata della questione di sapere se ogni famiglia di curve gobbe — secondo la classificazione ordinaria — contenga delle forme limiti costituite da rette. Nel caso in cui si debba dare risposta negativa a tale domanda, si chiedono ancora delle ricerche sia sulle condizioni cui deve soddisfare una famiglia per contenerne, sia sopra la eventuale limitazione di alcuni fra i risultati conseguiti servendosi di queste forme limiti.*

Digitized by Google

I lavori dei concorrenti devono essere scritti in una delle lingue danese, svedese, tedesca, inglese, francese o latina; e devono spedirsi al Segretario dell' Accademia (Prof. H. G. Zeuthen) non più tardi del 31 Ottobre 1902; il giudizio verrà pronunziato nel Febbraio successivo.

* * *

NEL GIORNALISMO MATEMATICO. — Un nuovo periodico di matematiche cominciò ad essere pubblicato il 1.° Febbraio 1901, sotto la direzione del Prof. C. Alasia (Oristano), dall' editore S. Lapi di Città di Castello; s'intitola: *Le matematiche pure ed applicate. Periodico mensile di matematiche pure ed applicate, superiori ed elementari, ad uso dell' istruzione media e superiore.* (Abbonamento annuo L. 10). Qualunque sia la sorte che lo attende (e noi gliel' auguriamo assai prospera), il suo nome passerà certamente alla storia, essendogli toccato l'individiabile onore di aprirsi coll' ultimo lavoro uscito dalla penna di C. Hermite.

Altri due scritti del medesimo illustre matematico contiene il primo Fascicolo dalla 3.ª Serie dell' *Archiv der Mathematik und Physik mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Lehrer an höheren Unterrichtsanstalten gegründet 1841 durch J. A. Grunert;* il quale, dopo la morte dell' Hoppe, venne acquistato dalla Casa Teubner di Lipsia, che ne affidò la direzione ai Professori E. Lampe, W. Franz Meyer e E. Jahnke. È presumibile che questo giornale assumerà un' esistenza più rigogliosa, non solo per una direzione più energica e varia, ma anche perchè viene in certo modo a surrogare la *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, che — dopo il deplorato ritiro di M. Cantor — per opera del Mehmke, sarà consacrata esclusivamente alle matematiche applicate. Dell' *Archiv* usciranno ogni anno circa 6 fascicoli, 4 dei quali comporranno un volume di circa 24 fogli, il cui prezzo è fissato in 12 Mk.

I nostri lettori apprenderanno con dispiacere che col 1.° Gennaio del corrente anno cessò *El progreso mathematico*, il simpatico giornale diretto dal Prof. Galdeano. Ne prende il posto la *Revista trimestral de Matemàticas, publicada por Don José Rius y Casas, Catedratico de Análisis matemático en la Universidad de Zaragoza,* di cui usciranno annualmente 4 fascicoli di 32 pag. ciascuno (prezzo d' abbonamento 6 fr.); essa rappresenta totalmente il giornalismo matematico spagnuolo, dopo che anche l' *Archivio de matemáticas puras y aplicadas* morì assieme al suo direttore, onde è di augurarsi che la sorte le serbi una vita lunga e prospera.

Marco Bertolone, Direttore-Gerente

Genova - Tipografia R. Istituto Sordo-muti - 1901.

Digitized by Google

SEP 9 - 1901

LUGLIO, AGOSTO E SETTEMBRE 1901.

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA
E STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA DI

GINO LORIA

Editore: **Carlo Clausen**, Torino — Del *Bollettino* si pubblicheranno ogni anno quattro fascicoli di almeno 32 pag. — Prezzo d'abbonamento annuo: Per l'interno L. 6, per l'estero Fr. 7.50. Numeri separati L. 2 caduno. — Gli articoli da inserirsi si mandino al *Prof. G. Loria*, Università di Genova.

SOMMARIO

Il catalogo internazionale della letteratura scientifica.

Recensioni ed annunzi: M. BRÜCKNER. *Vielecke und Vielflache* [G. L.]. — *Heronis Opera*. II, [G. Vailati]. — LUROTH. *Numerisches Rechnen* G. Vivanti]. — HENRICI und TREUTLEIN. *Elementar-Geometrie* III [G. L.]. - HERZ. *Wahrscheinlichkeits-und Ausgleichungsrechnung* [G. Vivanti]. — SCHRÖDER. *Darstellende Geometrie* I [G. L.]. — F. BRIOSCHI. *Opere matematiche* I [G. L.]. — FORSYTH. *Equazioni differenziali*, trad. ARBICONE [G. L.]. — LEBON. *Geometrie descriptive* I [G. L.]. — MICHEL. *Problemes de geometrie analytique* [G. L.]. — *Encyclopädie der math. Wissenschaften*. — LORENZ. *Dynamik der Kurbelgetriebe*. — FENKER. *Arithmetische Aufgaben*. — KRUMME. *Analytische Geometrie*.

Programmi e riassunti di corsi universitari: Università di Messina. *Programma del Corso di* « Complimenti di matematica pei naturalisti » [G. Vivanti].

Notizie: Bibliografia dei quaternioni e teorie affini. — Per stabilire una lingua ausiliaria internazionale. — Tema proposto dalla R. Accademia di Napoli — Maurolico e l'Università di Messina. — Tema d'un concorso a premi. — Biblioteca scolastica.

IL CATALOGO INTERNAZIONALE
DELLA LETTERATURA SCIENTIFICA.

Fra le imprese collettive progettate sullo scorcio del secolo passato una delle più cospicue ed importanti è quella che, per iniziativa della Società Reale di Londra, ha per iscopo la pubblicazione annuale di un Catalogo (per autori e per materie) di tutte le opere a stampa che usciranno a partire dal 1.° Gennajo 1901. Uno dei delegati italiani alle conferenze che ebbero luogo, per tradurre in atto il progetto formulato dal più eminente sodalizio scientifico inglese, ha reso conto in modo esauriente degli studi preparatorî che vennero fatti e delle conclusioni che essi diedero (1). Ciò che i nostri lettori desiderano certo

(1) R. Nasini. *Il catalogo internazionale di letteratura scientifica* (Atti del R. Ist. Veneto. Parte II, 1900-1901, p. 239-257; Nuova Antologia, Giugno 1901).

Digitized by Google

più di tutto di conoscere (e che agli or citati lavori non apprenderanno) è quali siano i criteri ed i metodi che presiedettero all'ordinamento per materia delle scienze esatte; per soddisfarli crediamo opportuno riprodurre qui gli indici concernenti le *Matematiche pure* e la *Meccanica*.

(*A*) Matematiche pure.

0000 Filosofia.
0010 Storia. Biografia.
0020 Periodici. Resoconti di istituti, società, congressi, ecc.
0030 Trattati generali, libri di testo, dizionarî, bibliografie, tavole.
0040 Discorsi, lezioni, conferenze.
0050 Insegnamento.
0060 Istituti. Applicazioni pratiche.
0070 Nomenclatura.
0080 Strumenti. Modelli.
0090 Apparecchi pei calcoli. Metodi grafici.

Nozioni fondamentali.

Fondamenti dell'aritmetica.

0400 Generalità.
0410 Numeri razionali, operazioni aritmetiche.
0420 Esistenza dei numeri irrazionali e trascendenti. Processi infiniti applicati ai numeri razionali.
0430 Teoria degli aggregati.

Algebra generale (teoria delle operazioni).

0800 Generalità.
0810 Calcolo con operazioni.
0820 Teoria generale dei numeri complessi.
0830 Quaternioni.
0840 Ausdehuungslehre. Teoria dei vettori (v. anche 6430).
0850 Matrici.
0860 Altre specie particolari di numeri complessi.
0870 Logica matematica.

Teoria dei gruppi.

1200 Generalità.
1210 Gruppi discreti d'ordine finito (compresi i gruppi di permutazioni) (v. anche 2450).
1220 Gruppi discreti d'ordine infinito (v. anche 4440).
1230 Gruppi continui d'ordine finito (v. anche 5240).
1240 Gruppi continui d'ordine infinito (v. anche 5240).

Digitized by Google

Algebra e teoria dei numeri.

Elementi dell' algebra.

1600 Generalità.
1610 Polinomî razionali; divisibilità; riducibilità.
1620 Permutazioni, combinazioni, partizioni, distribuzioni.
1630 Probabilità (incluse le combinazioni delle osservazioni).
1640 Calcolo delle differenze; interpolazione.

Sostituzioni lineari.

2000 Generalità.
2010 Determinanti.
2020 Discriminanti e risultanti.
2030 Proprietà caratteristiche e tipi delle sostituzioni lineari.
2040 Teoria generale delle forme algebriche.
2050 Forme binarie.
2060 Forme ternarie.
2070 Casi particolari concernenti le forme con più di tre variabili.

Teoria delle equazioni algebriche.

2400 Generalità.
2410 Elementi della teoria; esistenza di radici; funzioni simmetriche; funzioni razionali.
2420 Realtà, molteplicità e separazione delle radici.
2430 Equazioni degli ordini 3.° e 4.°; altre equazioni particolari.
2440 Risoluzione numerica delle equazioni.
2450 Risoluzione generale delle equazioni; teoria di Galois (v. anche 1210).
2460 Equazioni simultanee.

Teoria dei numeri.

2800 Generalità.
2810 Divisibilità; congruenze lineari.
2820 Residui quadratici.
2830 Forme binarie quadratiche.
2840 Forme quadratiche con tre o più variabili; forme bilineari.
2850 Congruenze non lineari; residui cubici e d' ordine superiore.
2860 Forme di grado superiore che non possono considerarsi come prodotti di fattori lineari.
2870 Forme di grado superiore che possono considerarsi come prodotti di fattori lineari. Numeri ideali.
2880 Applicazione delle funzioni trigonometriche all' aritmetica: divisione del circolo (ciclotomia).
2890 Applicazione all' aritmetica di altre funzioni trascendenti.
2900 Distribuzione dei numeri primi.

Digitized by Google

2910 Funzioni numeriche particolari.
2920 Irrazionalità e trascendenza di numeri speciali, quali e e π. (Per le applicazioni di funzioni aritmetiche alle funzioni algebriche v. 4010).

ANALISI.

Fondamenti dell' analisi.

3200 Generalità.
3210 Teoria delle funzioni di variabili reali.
3220 Serie, prodotti infiniti ed altri processi infiniti (v. 5610-5620).
3230 Principî ed elementi del calcolo differenziale.
3240 Serie di Taylor; massimi e minimi; altre applicazioni analitiche del calcolo differenziale.
3250 Principî ed elementi del calcolo integrale.
3260 Integrali definiti (semplici).
3270 Integrali multipli.
3280 Calcolo delle variazioni.

Teoria delle funzioni di variabili complesse.

3600 Generalità.
3610 Funzioni uniformi di una variabile.
3620 Funzioni multiformi di una variabile. Superficie di Riemann.
3630 Sviluppi in serie ordinati secondo funzioni differenti dalle potenze di una variabile.
3640 Funzioni di più variabili.

Funzioni algebriche e loro integrali.

4000 Generalità.
4010 Funzioni algebriche di una variabile.
4020 Funzioni algebriche di più variabili.
4030 Funzioni logaritmiche, circolari, esponenziali.
4040 Proprietà generali delle fuzioni ellittiche e delle funzioni θ di una variabile; teoremi d'addizione (v. anche 8050, 8060).
4050 Moltiplicazione, divisione, trasformazione delle funzioni ellitiche; funzioni modulari (v. anche 4440).
4060 Integrali abeliani (v. anche 8050, 8060).
4070 Funzioni periodiche e funzioni θ di più variabili.

Altre funzioni speciali.

4400 Generalità.
4410 Funzioni euleriane.
4420 Funzioni di Legendre, di Bessel ed ipergeometriche.
4430 Altre funzioni definibili mediante integrali definiti (v. 4860).
4440 Funzioni automorfe (funzioni di Fuchs e Klein) (v. anche 1220, 4050).

Digitized by Google

4450 Altre funzioni definibili mediante equazioni differenziali lineari.
4460 Altre funzioni definibili mediante equazioni funzionali (v. anche 6030).

Equazioni differenziali.

4800 Generalità.
4810 Teoremi d' esistenza per le equazioni differenziali ordinarie e a derivate parziali.
4820 Metodi di risoluzione e di riduzione delle equazioni differenziali ordinarie.
4830 Metodi di risoluzione e di riduzione delle equazioni a derivate parziali del I ordine (incluse le equazioni differenziali della dinamica).
4840 Metodi di risoluzione e di riduzione delle equazioni e derivate parziali di ordine superiore al I.
4850 Teoria generale delle equazioni differenziali ordinarie lineari (v. anche 4450).
4860 Integrazione delle equazioni differenziali ordinarie lineari mediante integrali definiti (v. anche 4430).
4870 Teoria generale delle equazioni ordinarie non lineari del I ordine.
4880 Teoria generale delle equazioni ordinarie non lineari d' ordine superiore al I.

Forme differenziali ed invarianti differenziali.

5200 Generalità.
5210 Forme differenziali lineari; Pfaffiani.
5220 Forme differenziali d' ordine superiore al I.
5230 Trasformazione delle forme differenziali, comprese le trasformazioni di contatto.
5240 Invarianti differenziali (v. anche 1230, 1240).

Metodi analitici connessi a problemi di Fisica.

5600 Generalità.
5610 Analisi armonica, serie di Fourier (v. anche 3220).
5620 Analisi armonica, serie differenti da quella di Fourier (v. anche 3220).
5630 Generalità sulle equazioni differenziali della fisica matematica.
5640 Integrazione per serie delle equazioni differenziali della fisica matematica.
5650 Integrazione mediante integrali definiti delle equazioni differenziali della fisica matematica.
5660 Problema di Dirichlet ed altri problemi analoghi dipendenti da condizioni pei limiti.

Digitized by Google

Equazioni alle differenze ed equazioni funzionali.

6000 Generalità.
6010 Serie ricorrenti.
6020 Soluzione delle equazioni alle differenze finite.
6030 Soluzione delle equazioni funzionali.

GEOMETRIA.

Principî.

6400 Generalità.
6410 Principî della geometria; geometria non-euclidea; iperspazio.
6420 Topologia dello spazio e dell'iperspazio.
6430 Metodi di geometria analitica (v. anche 0840).

Geometria elementare.

6800 Generalità.
6810 Planimetria; rette e circoli.
6320 Stereometria; rette, piani e sfere.
6830 Trigonometria.
6840 Geometria descrittiva; prospettiva.

Geometria delle coniche e delle quadriche.

7200 Generalità.
7210 Proprietà metriche delle coniche.
7220 Proprietà proiettive delle coniche.
7230 Sistemi di coniche (v. anche 8070).
7240 Proprietà metriche delle quadriche.
7250 Proprietà proiettive delle quadriche.
7260 Sistemi di quadriche (v. anche 8070).

Curve e superficie algebriche di ordine superiore al secondo.

7600 Generalità.
7610 Proprietà metriche delle curve piane algebriche di ordine superiore al II.
7620 Proprietà proiettive delle curve piane algebriche di ordine superiore al II.
7630 Curve piane algebriche particolari.
7640 Superficie algebriche di ordine superiore al II (v. anche 8040).
7650 Superficie algebriche particolari.
7660 Curve gobbe algebriche (v. anche 8030).

Trasformazioni e metodi generali relativi a figure algebriche.

8000 Generalità.
8010 Collineazione. Dualità.
8020 Altre trasformazioni algebriche.
8030 Gruppi di punti sopra una curva algebrica; genere delle curve; principî di corrispondenza (v. anche 7620, 7660).

Digitized by Google

8040 Gruppi di curve e di punti sopra una superficie algebrica; generi delle superficie (v. anche 7640).
8050 Applicazioni delle funzioni trascendenti alle curve algebriche (v. anche 4040-4060).
8060 Applicazioni delle funzioni trascendenti alle superficie algebriche (v. anche 4040-4060).
8070 Geometria numerativa (v. anche 7230-7260).
8080 Connessi, complessi, congruenze; elementi superiori dello spazio.
8090 Sistemi (lineari o non) di curve e superficie.
8100 Figure algebriche negli iperspazi.

Geometria infinitesimale; applicazioni alla geometria del calcolo differenziale e del calcolo integrale.

8400 Generalità.
8410 Principi della geometria infinitesimale.
8420 Geometria cinematica.
8430 Curvatura delle curve piane; altre applicazioni del calcolo differenziale alle curve piane.
8440 Curvatura delle curve sghembe; altre applicazioni del calcolo differenziale alle curve sghembe.
8450 Curvatura delle superficie; coordinate curvilinee ed altre applicazioni del calcolo differenziale alle superficie.
8460 Rettificazione e quadratura delle curve; aree e volumi delle superficie.
8470 Curve trascendenti particolari.
8480 Superficie trascendenti particolari.
8490 Figure ed elementi superiori degli iperspazi.

Geometria differenziale; applicazioni delle equazioni differenziali alla geometria.

8800 Generalità.
8810 Determinazione di curve sopra superficie.
8820 Superficie ad area minima.
8830 Superficie determinate da relazioni di curvatura e da altre proprietà differenziali.
8840 Rappresentazioni conformi o di altro genere delle superficie le une sulle altre (cfr. Geografia matematica).
8850 Deformazione delle superficie.
8860 Superficie ortogonali ed isoterme.
8870 Figure ed elementi superiori dell' iperspazio.

(*B*) Meccanica.

0000 Filosofia.
0010 Storia. Biografia.
0020 Periodici. Resoconti di istituti, società, congressi, ecc.
0030 Trattati generali, manuali, dizionari, bibliografie, tavole.

Digitized by Google

0040 Discorsi, lezioni, conferenze:
0050 Insegnamento.
0060 Istituti, musei, collezioni. Applicazioni pratiche.
0070 Nomenclatura.

Misura delle quantità dinamiche.

0100 Generalità.
0110 Unità e dimensioni.
0120 Misura di lunghezze, aree, volumi, angoli.
0130 Misura di masse e densità.
0140 Valore numerico delle densità.
0150 Misura del tempo, cronometri.
0160 Misura della velocità, dell'accelerazione; energia d'un moto visibile.
0170 Misura delle forze; pendolo; bilancia a molla, bilancia di torsione, ecc.
0180 Costante della gravità.

Geometria e cinematica dei punti materiali e dei solidi.

0400 Generalità.
0410 Geometria delle masse; momenti d'inerzia.
0420 Cinematica astratta, compresa la composizione dei moti e degli spostamenti, moti relativi, assi mobili; « theory of screws ».
0430 Cinematica delle macchine.
0440 Analisi delle deformazioni, infinitesime e finite.

Principî della meccanica razionale.

0800 Generalità.
0810 Spazio, tempo, moto relativo, discussioni critiche.
0820 Leggi e principî della dinamica (leggi del movimento, lavoro virtuale, minima azione, ecc).

Statica dei punti materiali, dei solidi, ecc.

1200 Generalità.
1210 Composizione delle forze applicate ad un punto.
1220 Attrazioni. Teoria del potenziale
1230 Attrazioni di sistemi speciali. Ellissoidi, ecc.
1240 Statica di un solido e di un sistema di solidi. Astatica.
1250 Statica dei sistemi articolati; statica grafica.
1260 Statica dei fili e delle superficie flessibili.
1270 Stabilità dell'equilibrio.

Cinetica dei punti materiali, dei solidi ecc.

1600 Generalità.
1610 Cinetica dei punti materiali; orbita, moto ritenuto, mezzi resistenti.

Digitized by Google

1620 Cinetica dei solidi (compresa la percussione ed i movimenti iniziali prodotti dall' improvvisa soppressione d' un legame).
1630 Cinetica dei fili e delle superficie flessibili.
1640 Sistemi speciali; pendolo, trottola, giroscopio, bicicletta.
1650 Balistica (v. anche 2860).

Meccanica analitica in generale (v. anche *A* 5600-5660).
2000 Generalità.
2010 Energia cinetica e potenziale.
2020 Forme delle equazioni differenziali (compresi i sistemi dissipatori) (v. anche *A* 5630).
2030 Applicazione della prima variazione degli integrali; equazioni a derivate parziali.
2040 Equivalenza di problemi dinamici, analogie dinamiche, modelli.
2050 Sistemi ciclici; auto-equivalenza.
2060 Proprietà degli integrali, relazioni reciproche, soluzioni periodiche.
2070 Metodi per la determinazione effettiva degli integrali esatti.
2080 Metodi approssimati.
2090 Oscillazioni e moti iniziali attorno ad uno stato d' equilibrio.
2100 Oscillazioni attorno ad uno stato di movimento; stabilità ed instabilità (fuochi cinetici).

Statica e dinamica dei fluidi.
2400 Generalità.
2410 Statica dei fluidi.
2420 Stabilità dei galleggianti. Oscillazioni dei galleggianti.
2430 Cinematica dei fluidi; moti non rotatorî; sorgenti e punti di assorbimento.
2440 Movimento dei solidi in fluidi perfetti.
2450 Moto vorticoso. Vortici.
2460 Superficie libere e superficie di discontinuità. Vene.
2470 Rotazione d' una massa fluida soggetta alla gravità.
2480 Onde sopra i liquidi.
2490 Moto dei fluidi viscosi.
2500 Moto di solidi in fluidi viscosi.
2510 Flusso regolare di fluidi viscosi attraverso tubi ecc.
2520 Stabilità ed instabilità del moto dei fluidi perfetti e viscosi. Moti irregolari.
2530 Misura della pressione di un fluido. Misura della velocità di un fluido.
2540 Misura della viscosità.

Idraulica e resistenza dei fluidi.
2800 Scolo di fluidi lungo tubi.

*

Digitized by Google

2810 Moto dell' acqua nei canali e nei corsi d'acqua. Stazzatura.
2820 Motori idraulici. Propulsori. Pompe.
2830 Pressione del vento. Mulini a vento.
2840 Energia del vento. Aeroplani. Volo. Slancio iniziale.
2850 Resistenza delle carene. Navigazione.
2860 Movimenso attraverso l' aria; palloni areostatici, palle di cannone, ecc. (v. anche 1650).

Elasticità.

3200 Generalità.
3210 Tensioni e deformazioni; relazioni fra di esse. Energia di deformazione. Anisotropia. Cristalli (v. anche Cristallografia).
3220 Equazioni di deformazione e di movimento elastico. Soluzioni generali. Soluzioni speciali. Vibrazioni.
3230 Torsione e flessioni dei prismi.
3240 Fibre e fili estici; molle.
3250 Placche e campane elastiche.
3260 Urto e resistenza dinamica. Carichi viaggianti.
3270 Stabilità dei sistemi elastici.
3280 Principî delle costruzioni, incluse le formole approssimate per la resistenza dei materiali.
3290 Determinazione empirica delle costanti elastiche.

Resistenza dei materiali, durezza, attrito, viscosità, lubrificazione.

3600 Generalità.
3610 Elasticità imperfetta. Limiti d' elasticità.
3620 Deformazione. Condizioni di rottura.
3630 Deformazione permanente. Lavoro dell' elasticità.
3640 Durezza. Attrito fra solidi. Abrasione.
3650 Viscosità, plasticità, conducibilità, molleabilità, ecc.
3660 Pressione esercitata da terre e sabbie.
3670 Lubrificazione.

RECENSIONI ED ANNUNZI

MAX BRÜCKNER. *Vielecke und Vielfläche. Theorie und Geschichte. Mit. 7 lithographierten und 5 Lichtdruck - Doppeltafeln, sowie vielen Figuren im Text.* Leipzig, Teubner, 1900. 4.° p. VIII, 227. [Prezzo del Vol. legato Mk. 16].

Alla teoria dei poligoni piani corrisponde nello spazio la teoria dei poliedri; ma mentre la prima presenta non serie difficoltà e mediocre interesse, la seconda ha grande importanza (non solo per la Geometria, ma anche per la Cristallografia) ed offre degli ostacoli che non ven-

Digitized by Google

nero tutti finora sormontati. Essa differisce dagli altri rami della geometria in quanto ha per soggetto degli enti che non si sanno rappresentare mediante equazioni e che, per la complicazione e varietà che presentano, riesce malagevole il concepire; essa è forse l'unica disciplina geometrica a cui l'Italia, per quanto ci consta, non ha in alcun modo contribuito. (*)

Valga a destare l'interesse dei nostri connazionali l'opera utilissima (non foss'altro per la sua suggestività) con cui il Sig. Brückner — già favorevolmente noto per un lavoro sopra i poliedri degli iperspazi — ha adunato e coordinato tutto quello che venne sino ad oggi scritto sull'indicato soggetto; opera su cui ci apprestiame a descrivere brevemente il contenuto.

A. **Teoria generale dei poligoni.** Premessa la definizione di *poligono* (piano) *completo* e di *multilatero* (piano) *completo*, nonchè di *vertici accessori* del primo e di *diagonali* del secondo, l'A. stabilisce un teorema — che egli considera come l'analogo di quello di Descartes-Eulero sui poliedri — concernente la natura dei poligoni semplici in cui n rette qualisivogliano dividono il piano in cui sono contenute, e quindi si volge a studiare esclusivamente i poligoni semplici, nel senso più generale della parola. Il perimetro di una tale figura si suppone sempre descritto in un senso determinato; e si chiama *Umfangswinkel* (angolo perimetrale?) del poligono l'angolo in cui la direzione positiva di un lato si deve fare ruotare nel senso positivo affinchè coincida con la direzione positiva del lato seguente; si chiama invece *Innenswinkel* (angolo interno) quello in cui la direzione positiva di un lato deve ruotare nel senso positivo per coincidere con la direzione negativa del lato precedente.

In qualunque poligono la somma U dei primi angoli è della forma $2\pi a$, a essendo un numero intero positivo che determina la *specie* del poligono; se invece J è la somma degli angoli interni e si suppone che n sia il numero dei lati e k quello degli angoli concavi del poligono si ha $J = [n + 2(k - a)]\pi$. Conviene introdurre la considerazione del numero $q = n + 2(k - a)$; allora si ha $J = q\pi$, e

$$a = \frac{n + 2k - q}{2};$$

e questi numeri servono a fare una enumerazione esauriente delle varie forme che può assumere un poligono d'un assegnato numero di lati. Come esempio l'A. si arresta ai casi $n = 4, 5, 6$. E passa quindi a stabilire il concetto di area di un poligono qualunque, con metodi che

(*) L'unica eccezione è rappresentata da un italiano vivente fuori d'Italia (J. Cesàro), i cui lavori non vennero considerati nell'opera che ci apprestiamo ad esaminare.

Digitized by Google

il Baltzer ha resi generalmente noti in Italia; su tale concetto si fonda un procedimento per determinare la costante a. Un'altra importante questione è risoluta dal teorema seguente: *Un poligono di un numero dispari* n *di lati può avere* $0, 1, 2, \ldots, \frac{n(n-3)}{2} - 2$ o $\frac{n(n-3)}{2}$ *punti doppi, ma non ne esiste alcuno con* $\frac{n(n-3)}{2} - 1$; *un poligono di un numero pari* n *di lati può avere* $0, 1, 2, \ldots, \frac{n(n-4)}{2}, \frac{n(n-4)}{2} + 1$ *punti doppi.* Resta tuttora insoluta la questione più generale del numero massimo di punti multipli che può avere un poligono di n lati.

B. **Poligoni particolari.** Per ottenere i più notevoli poligoni particolari conviene fissare la propria attenzione, non già sulla lunghezza dei lati o sull'ampiezza degli angoli, ma sulle figure costituite o da un lato e gli angoli del poligono aventi per vertici i suoi estremi o da un angolo del poligono ed i lati che lo comprendono. Così ogni vertice del poligono è caratterizzato dall'ampiezza dell'angolo corrispondente e dalla lunghezza dei suoi lati; e similmente ogni lato. Un poligono si chiama *equiangolo* se ha tutti i suoi vertici (nel senso sopra dichiarato) fra loro eguali, *equilatero* se ha tutti i suoi lati eguali; i poligoni equiangoli *od* equilateri formano la grande classe dei poligoni *semiregolari;* mentre quelli che sono ad un tempo equiangoli *ed* equilateri si indicano *regolari.*

Ogni poligono regolare ammette un cerchio inscritto ed uno circoscritto. Esistono $N = \frac{1}{2} n \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \ldots$ specie distinte di poligoni regolari aventi un numero n di lati espresso da $\alpha^p \beta^q \gamma^r \ldots (\alpha, \beta, \gamma \ldots$ numeri primi). L'n-golo regolare di specie $a + 1$ nasce da quello di specie a prolungandone i lati.

I poligoni semiregolari hanno tutti un numero pari di lati. Un poligono semiregolare equiangolo è sempre inscritto in una circonferenza, mentre vi sono due cerchi uno toccato da tutti i lati di posto pari, ed uno da quelli di posto dispari. Similmente un poligono equilatero ammette un cerchio inscritto e due cerchi contenenti l'uno i vertici di posto pari, l'altro quelli di posto dispari. Tanto dei poligoni semiregolari equilateri come di quelli equiangoli l'A. indica due generazioni, delle quali si serve per stabilire le espressioni dei raggi dei circoli inscritti e circoscritti, nonchè per ottenere altre relazioni metriche. Dopo un cenno delle analoghe definizioni e considerazioni che potrebbero proporsi riguardo ai poligoni sferici, l'A. fa cenno di altre specie di poligoni semiregolari piani che si potrebbero considerare, poligoni, cioè, aventi non solo due specie di vertici (e di lati), ma tre o quattro ecc.: raggiunge così i confini che possiede l'odierna teoria dei poligoni.

C. **Teoria generale dei poliedri.** La figura analoga nello spazio all'n-*gono piano completo* consta di n punti, delle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette che a

Digitized by Google

due a due li congiungono e degli $\frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3}$ piani che essi determinano tre a tre; la figura correlativa è un *n-edro completo*. Da questo concetto si arriva alla nozione di poliedro semplice, che è la figura limitata di un certo numero di poligoni piani, ognuno dei quali ha comune con un altro ciascuno dei suoi lati. Nella teoria dei poliedri funge da nocciolo centrale il teorema di Descartes-Eulero, il quale viene dimostrato ed esteso a poliedri e superficie poliedriche molteplicamente convesse, bilaterali ed unilaterali. Questa generalizzazione dell'antico teorema ha una storia vasta ed interessante che l'autore espone con dottrina e lucidità meritevole di encomio incondizionato.

Riprendendo poi l'esposizione della teoria il nostro autore stabilisce due teoremi importanti, uno di Legendre e l'altro di Cauchy, relativi alla determinazione di un poliedro euleriano, per passare a far conoscere la ben nota « legge degli spigoli » di Möbius; poichè questa sussiste soltanto per poliedri bilaterali, si ottiene un criterio per distinguere questi dai poliedri unilaterali. I §§ seguenti sono destinati a stabilire con tutta generalità la nozione di volume di un poliedro, ad esporre la connessione esistente fra due poliedri polari reciproci ed il significato dei vocaboli *isomorfi* ed *allomorfi*, finalmente ad illustrare tutta la teoria precedente sopra molteplici e svariati esempi.

D. **Teoria dei poliedri euleriani.** Uno dei problemi fondamentali della teoria che ci occupa è l'enumerazione dei tipi possibili dei poliedri aventi un dato numero di facce; è una questione che Steiner ha più volte proposta, che non venne risolta e che è dubbio perfino se possa risolversi, almeno nel senso e sotto la forma prescelta dal grande geometra tedesco. L'A., senza affrontarla, si limita a esporre i fondamenti per uno studio morfologico dei poliedri euleriani.

Comincia per ciò a dedurre alcune conseguenze del teorema Descartes-Eulero, quali sarebbero le seguenti: « in ogni poliedro è sempre pari il numero delle facce imparilatere; non vi è alcun poliedro euleriano mancante tanto di facce triangolari quanto di angoli solidi triedri; non esistono poliedri di cui ogni faccia abbia più di cinque lati e ogni angolo solido più di cinque spigoli; ecc. ».

Queste proposizioni si potrebbero moltiplicare all'infinito e conducono a concepire il problema di Steiner come equivalente alla ricerca delle soluzioni dell'equazione indeterminata

$$(f_3 + f_4 + \cdots) + (v_3 + v_4 + \cdots) = 2 + S$$

ove f_i è il numero delle facce i-latere e v_i il numero degli angoli i-spigoli del poliedro; ma questa equivalenza è più apparente che reale, giacchè *non ad ogni soluzione aritmetica di quell'equazione corrisponde un effettivo poliedro euleriano:* è un fatto analogo a quello che si presenta volendo determinare con metodi aritmetici tutte le

Digitized by Google

trasformazioni cremoniane di ordine determinato. Riconosciuta l'opportunità di abbandonare le considerazioni prettamente aritmetiche, si pensò di risolvere la questione di trovare tutti i poliedri di n facce, considerando dapprima quelli a sole facce triangolari o quelli a soli angoli solidi triedri e di riguardare gli altri come casi speciali ottenuti con deformazioni dai precedenti. Per gli n-edri delle due specie anzidette si ha risp.

$$F = n,\ S = \frac{3n}{2},\ V = \frac{n}{2} + 2$$

$$F = n,\ S = 3n - 6,\ V = 2n - 4,$$

in quali modi poi si possano costruire siffatti poliedri, da quali geometri (Inglesi e Tedeschi) vennero immaginati e quali pregi possiedano apprendrà il lettore dall'opera originale; noi ci limiteremo a notare come la funzione

$$\sigma = 2S - 3V,$$

la quale ha i valori $\frac{3n}{2} - 6$ e 0 per le due dette specie di poliedri, ha in generale un valore positivo detto *grado di singolarità* del corrispondente poliedro. Ma l'ufficio di questo numero, nonchè le molteplici considerazioni ed i numerosi concetti che si presentano nello studio dell'enunciato problema, apprenderà il lettore, non da questo articolo, forzatamente breve, ma dall'opera originale.

E. **I poliedri euleriani particolari.** In questa sezione, di carattere più elementare, l'A. si occupa dei poliedri regolari e dei semiregolari, esponendo le principali proprietà (di posizione e metriche) degli uni e degli altri, non senza far conoscere lo stretto legame che esiste fra la loro costruzione e la ripartizione in poligoni regolari della superficie della sfera. Egli si è preparato a scriverla, non solo studiando i lavori che i geometri dedicarono a quelle notevoli figure, ma prendendo eziandio notizia delle ricerche che esse provocarono da parte di cristallografi: della qual cosa gli saranno grati i matematici che non sono famigliari con le ricerche mineralogiche.

F. **Poliedri particolari di specie superiore.** In questa ultima parte del suo scritto l'A. tratta di quei poliedri che, pure presentando qualche carattere straordinario, offrono una certa regolarità; quelli da lui considerati sono però tutti continui e bilaterali.

Un poliedro si dice di specie A se la somma delle aree dei poligoni determinati dai suoi angoli solidi sopra sfere concentriche di raggio eguale fra loro, è eguale a A volte la superficie totale di una fra tali sfere. Il numero A è legato ad altri elementi del poliedro da due relazioni chiamate, dal nome di chi le scoperse, *formole di Hess*, la seconda delle quali può considerarsi come un'estensione della formola di Descartes-Eulero. Fra i poliedri di specie superiore ne esistono di re-

Digitized by Google

golari, come se ne trovano di semiregolari analoghi a quelli di Archimede (essi vengono detti *varietà archimedee*). Uno qualunque dei primi ammette una sfera inscritta ed una circoscritta; i suoi vertici appartengono anche ad un ordinario poliedro regolare: quest'ultima osservazione conduce a costruire i poliedri regolari non convessi e a scoprire che ve ne sono 4 sorta distinte; sono le note figure a cui sono collegati i nomi di Kepler, Poinsot, Cauchy e Bertrand. Lo studio invece delle varietà archimedee venne fatto in questi ultimi trent'anni da Badoureau, Pitsch e Hess: quali risultati sieno stati così ottenuti apprenderà il lettore dalla diffusa esposizione fattane nell'opera in discorso. La quale si chiude con due brevi appendici, concernenti una le ricerche del Jordan sulla simmetria dei poliedri, l'altra sopra i poliedri anulari.

Questa relazione intorno al coscenzioso scritto del Sig. Brückner presenterebbe una imperdonabile lacuna se non contenesse un cenno delle bellissime figure che la adornano, alcune delle quali sono riproduzioni fotolitografiche riuscitissime di una ricca collezione di modelli costruiti dall'autore; esaminandole ci si forma un'idea delle forme svariatissime che possono presentare i poliedri e ci si sente attratti ad investigare le leggi che governano delle forme geometriche tanto disparate e strane.

G. L.

Heronis Alexandrini. - Opera quae supersunt omnia. Vol. II, Fasc. I. *Mechanik und Katoptrik herausgegeben und übersetzt von L. Nix und W. Schmidt.* Lipsia, Teubner 1901, 8.°, p. XLIV + 415. (Prezzo 8 Mk.).

Della *Meccanica* di Erone, oltre gli scarsi frammenti riportati da Pappo nella sua « Collezione Matematica », ci è stata conservata una traduzione araba dovuta a Costa ben Luca (IX secolo). Di questa non esistono che quattro manoscritti indipendenti, l'uno alla Biblioteca di Leida, l'altro al Museo Britannico, il terzo alla Biblioteca di S. Sofia a Costantinopoli e il quarto alla Biblioteca Kediviale del Cairo.

Una riproduzione del primo, accompagnata dalla traduzione francese e da note critiche, fu pubblicata per la prima volta dal barone Carra de Vaux, nel Journal Asiatique (1893).

Giovandosi ora delle ulteriori collazioni del de Vaux sul secondo e sul terzo dei sopradetti manoscritti, nonchè del confronto del Codice Leidense con una trascrizione di quello del Cairo, fatta eseguire a tale scopo dalla Biblioteca Reale di Berlino, il Nix ci presenta, in questo volume, una nuova edizione del testo arabo, ponendovi di fronte la traduzione tedesca, e riproducendo, in seguito ad essa, i frammenti soprammenzionati di Pappo (oltre ad un altro più breve riportato da

Digitized by Google

Eutocio nei commenti all'opera d'Archimede « *Della Sfera e del Cilindro* ») raccolti e curati dallo Schmidt. Giova notare che la parte della « Meccanica » che in tali frammenti si trova riassunta, parte che era la sola accessibile agli studiosi di storia delle scienze prima della pubblicazione del C. de Vaux e della presente del Nix, era ben lungi, come ora si vede, dall'esaurire quanto l'opera stessa conteneva di interessante dal punto di vista della ricostruzione delle idee dei Greci sui principii della meccanica.

Tra i nuovi dati che ora ci apporta a tale riguardo la pubblicazione integrale del testo arabo, sono di una importanza estrema quelli che ci forniscono la prova della conoscenza, da parte dei meccanici Greci, di quello che ora si chiama il principio dei lavori virtuali. Questo principio si trova applicato da Erone, non solo alla spiegazione del modo d'agire della leva e dell'argano (del che si riscontra già traccia nelle « *Questioni Meccaniche* » di *Aristotele*), ma anche al caso della puleggia, del cuneo e della vite; inoltre l'enunciazione che egli ne dà non è per nulla inferiore, in generalità e determinatezza, a quella che si trova negli scritti di Guidubaldo del Monte (n. 1504), maestro di Galileo, al quale ordinariamente è attribuita la scoperta e la prima enunciazione del principio stesso.

Anche per quanto riguarda la storia del concetto di *centro di gravità*, l'opera di Erone contiene dati importanti che, venendo a completare quelli che ci sono pervenuti per altra via, permettono fino a un certo punto di rintracciare il cammino seguito da Archimede, o dai suoi predecessori, per giungere alla definizione matematica di quel concetto che fu di così fondamentale importanza per lo sviluppo ulteriore della Meccanica.

E tali dati sono tanto più preziosi pel fatto che gli scritti d'Archimede a noi pervenuti, come ebbi occasione di mostrare in una Nota su tale soggetto (Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, Vol. XXXII), presuppongono l'esistenza di una introduzione, o forse anche di un'opera speciale, dedicata a tale scopo, opera della quale pur troppo non ci è rimasto che il titolo, incerto anch'esso.

Il Nix nota a proposito come il capitolo della « Meccanica » nel quale Erone riproduce i ragionamenti che conducono alla prova dell'esistenza e dell'unicità del centro di gravità (inteso, questo, nel senso di « *un punto tale che, da esso sospeso, il corpo rimanga in equilibrio, qualunque sia la sua posizione iniziale* »), per corpi di forma qualunque, sta completamente isolato dal resto del libro I in cui figura, e sarebbe più a posto alla fine del libro successivo, laddove appunto della teoria del centro di gravità è fatto uso. Ora ciò è perfettamente vero, ma non è tutto: vi è anche qualche cosa di più, che non vedo esser stato notato nè dal Nix nè dal Carra de Vaux,

Digitized by Google

e cioè che le norme che Erone enuncia e deduce, nel suddetto capitolo, sul modo di calcolare la distribuzione del carico d'una trave orizzontale sui suoi appoggi, sono in completa contraddizione colle conclusioni che pure egli avrebbe potuto facilmente dedurre dalle sue vedute teoriche sui centri di gravità, vedute delle quali egli non omette, poche pagine prima, di esaltare l'importanza pratica.

Così, per esempio, per determinare qual parte del peso d'una trave (omogenea) venga a gravare sull'uno e sull'altro di due appoggi uno dei quali la sostenga a un suo estremo A e l'altro a un punto P situato tra A e l'altro estremo B, Erone ragiona come segue: « Se il punto P fosse il punto di mezzo di AB, è evidente che l'appoggio in P sopporterebbe tutto il peso della trave e l'appoggio in A non sarebbe gravato affatto. Se invece la distanza tra P e B è minore della metà di AB, l'appoggio in P, oltre a sostenere (per la stessa ragione di prima) il peso della parte di trave che va dall'estremo B al punto B′ simmettrico di tale estremo rispetto al punto P, dovrà anche contribuire a sostenere una metà del peso della rimanente parte AB′ ». Dal che egli deduce che i carichi sopportati dai due appoggi in A e in P starebbero fra loro come $\frac{AB'}{2}$ $\left(\text{cioè } \frac{AB - 2PB}{2}\right)$ sta a $BB' + \frac{AB'}{2}$ $\left(\text{cioè } \frac{AB + 2BP}{2}\right)$, mentre in realtà il valore del rapporto dei due carichi è dato da $\frac{AB - 2BP}{AB}$.

La spiegazione di questa, e delle numerose altre incongruenze dello stesso genere che si riscontrano nella « Meccanica », mi sembra si debba cercare non tanto, come opina il Nix, in ipotetiche interpolazioni o spostamenti di parti dell'opera rispetto alle rimanenti, quanto piuttosto nella natura di questa, la quale si presenta, nel suo complesso, come più somigliante a ciò che ora si chiamerebbe un « Manuale dell'Ingegnere », che non a un trattato sistematico o a un'opera scientifica nel senso più stretto della parola. Onde non deve far meraviglia che anche in essa, come nei nostri « manuali », accanto a capitoli ove sono riassunti gli elementi o le parti più salienti o più generali delle singole trattazioni teoriche, se ne trovino altre in cui le applicazioni di queste si trovano mescolate ad enunciazioni di « formole empiriche » o sono semplificate coll'aggiunta di ipotesi sussidiarie, talvolta anche non compatibili con quelle che stanno a base di teorie precedentemente esposte.

Bari, 15 Aprile 1901.

G. Vailati.

Digitized by Google

J. Lüroth. *Vorlesungen über numerisches Rechnen.* Leipzig, Teubner, 1900, VI - 194 p. 8.° [Prezzo Mk. 8].

Queste lezioni, oltre all'interesse particolare che hanno per chiunque è chiamato ad eseguire calcoli lunghi e faticosi, presentano un interesse più generale, perchè mostrano come anche un argomento in apparenza umile ed arido possa essere trattato con vedute elevate e scientifiche. Ed invero chi legge questo libro prova la gradita sorpresa d'incontrare, in quel campo che egli credeva abbandonato alla sola pratica, una folla di concetti generali che guidano razionalmente agli scopi voluti — esecuzione dei calcoli colla maggiore esattezza e col minor lavoro possibili, e valutazione del grado di precisione ottenuto; mentre osserva con soddisfazione, come l'autore non isdegni di scendere ai più minuti particolari, dando tutti quegli avvertimenti, suggeritigli dalla lunga famigliarità col calcolo numerico, che possono valere a rendere più spedite le operazioni e meno frequenti gli errori.

Poche parole sul contenuto del libro. Esso consta di 10 capitoli. Il I contiene alcune considerazioni generali, il II tratta della addizione e moltiplicazione, il III delle macchine calcolatrici, il IV della divisione, il V delle operazioni sopra numeri approssimati, il VI, VII, VIII dell'uso delle tavole logaritmiche, il IX ed il X della risoluzione delle equazioni binomie e trinomie.

G. Vivanti.

J. Henrici und P. Treutlein. *Lehrbuch der Elementar-Geometrie. Dritter Teil. Die Gebilde des körperlichen Raumes. Abbildung von einer Ebene auf eine zweite (Kegelschnitte).* Mit. 131 Figuren im Text. Zweite Auflage. Leipzig Teubner, 1901. 8° pag. VII + 192. [Prezzo del vol. legato Mk. 3, 30].

Già in altra occasione (1) chi scrive ebbe occasione di segnalare al pubblico italiano le varie doti eminenti del trattato di geometria elementare dei Sigg. Henrici e Treutlein; ora potrebbe ripetere, accentuandole anzi, le lodi allora tributategli; ma si limita ad annunciare il completamento della II edizione, indicando quello che ora contiene il III volume testè uscito:

Prima Sezione. Relazioni di posizione fra punti, rette, piani e superficie di rivoluzione. I. Determinazione della posizione di punti rette e piani. II. Posizioni opposte rispetto ad un punto, ad una retta, ad

(1) G. Loria, *Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell'insegnamento geometrico elementare* (Periodico di matematica, 1893) n. 16.

Digitized by Google

un piano; superficie di rivoluzione. A) Figure con un centro di simmetria. B) Figure con un asse di simmetria. C) Figure con un piano di simmetria. III. Relazioni fra le facce e gli angoli diedri di un angolo triedro (inclusa la trigonometria sferica).

Seconda Sezione. Simmetria e figure solide. IV. Proiezione parallela, e proiezione da un centro di un piano sopra un piano parallelo; forme geometriche così emergenti. V. Volumi di solidi. VI. I solidi regolari

Terza Sezione. Rappresentazione di un piano su un altro; coniche. VII. Rappresentazione di figure rettilineee e di un cerchio su un cerchio. VIII. Le coniche come immagini di cerchi. IX. Relazioni metriche fra proiezioni.

Appendice. IX. Rappresentazione di figure dello spazio sopra un piano (elementi della geometria descrittiva, metodo della doppia proiezione ortogonale, assononometria, proiezione stereografica). Esercizi (in numero di 520).

Valga questo cenno ad attrarre l'attenzione dei professori delle nostre scuole secondarie (specialmente di quelli che insegnano in Istituti tecnici) sull'opera dei Prof.ri Henrici e Treutlein.

G. L.

N. Herz. *Wahrscheinlichkeits-und Ausgleichungsrechnung.* Leipzig, Goeschen, 1900. IV-381 p. e 3 tabelle. 8.° [Prezzo Mk. 8].

Questo volume è il 19.° della collezione *Schubert*, che è una serie di manuali, elementari ma rigorosamente scientifici, sulle varie parti della matematica. Esso contiene un'esposizione, in generale accurata e chiara, del calcolo delle probabilità e della teoria degli errori. Alquanto deficiente è la parte critica in qualche punto, particolarmente nel capitolo relativo alla probabilità dei giudizi e delle testimonianze, e manca un cenno, anche sommario, sulle così dette probabilità geometriche.

Il concetto di probabilità viene introdotto in modo diverso da ciò che comunemente si usa. Invece, cioè, di definire sin da principio la probabilità matematica come il rapporto del numero dei casi favorevoli al numero di quelli possibili, si conviene anzitutto che 0 rappresenti la impossibilità, e un numero positivo arbitrario G la certezza; donde segue che la probabilità sarà rappresentata da un numero positivo minore di G. Dopo ciò si osserva, che la probabilità W dell'avverarsi di uno almeno di due avvenimenti dev'essere una funzione delle probabilità W_1, W_2 relative ai singoli avvenimenti; che tale funzione dev'essere simmetrica, e che inoltre W dev'essere maggiore di W_1 e di W_2. Di qui l'autore trae la conclusione, che W dev'essere funzione *o* della somma *o* del prodotto di W_1, W_2; conclusione non del

Digitized by Google

tutto giustificata, perchè ogni funzione (ad un valore) della somma *e* del prodotto di due quantità è una funzione simmetrica di esse. Considerando il caso di $W = f(W_1, W_2)$, l'autore, con una dimostrazione che egli stesso riconosce incompleta, viene a stabilire che dev'essere $W = W_1 + W_2$; donde si deduce facilmente l'ordinaria definizione di probabilità. Invece l'ipotesi $W = f(W_1, W_2)$ dà come espressione analitica della probabilità un esponenziale, di cui la base è una costante fissata ad arbitrio, e l'esponente è la probabilità ordinaria.

Ecco ora in breve il contenuto dei varii capitoli:

Cap. I. *Fondamenti del calcolo delle probabilità.* — Considerazioni generali. Definizione di probabilità. Probabilità totale e probabilità composta. Probabilità relativa. Legge dei grandi numeri. Probabilità *a posteriori.*

Cap. II. *Teoremi generali sulla probabilità degli avvenimenti.* — Probabilità delle cause. Teorema di Bernoulli. Teorema di Bayes.

Cap. III. *Applicazioni ai giuochi d'azzardo.* — Giuochi di dadi cubici o poliedrici. Lotterie. Giuochi di carte. Speranza matematica. Divisione della posta all'interruzione del giuoco. Problema di Pietroburgo. Speranza morale.

Cap. IV. *Applicazioni alla vita umana.* — Tavole di mortalità e problemi relativi. Vita media. Assicurazioni.

Cap. V. *Probabilità delle testimonianze, dei giudizi e dei presentimenti.*

Cap. VI. *Applicazione alle leggi naturali; calcolo di compensazione.* — Errori d'osservazione. Principio della media aritmetica, ed altre ipotesi equivalenti. Misura della precisione. Errore probabile. Errore medio. Teoria dei minimi quadrati.

G. Vivanti.

John Schröder. *Darstellende Geometrie.* I Teil: *Elemente der darstellenden Geometrie* (*Sammlung Schubert* XII). Mit 326 Figuren. Leipzig, Goeschen 1901. 8.°, p. VIII+382 [Prezzo del Vol. legato Mk. 5].

Dopo una breve introduzione sullo scopo ed i procedimenti generali proprî della Geometria descrittiva, l'A. adopera sempre proiezioni parallele, anzi, prescindendo dal I Capitolo (dedicato ad alcune generalità intorno alle proiezioni oblique), proiezioni ortogonali. Fatti conoscere i metodi per rappresentare punti, rette e piani, egli tratta della rappresentazione dei poliedri, in particolare dei poliedri regolari; poi della intersezione di essi con piani o con altri poliedri; e finalmente delle coniche. La forma elementare in cui il libro è scritto, le molte figure ed i numerosi esercizî di cui è corredato lo

Digitized by Google

fanno apparire come opera destinata ad essere ben accetta nel mondo degli studenti.

G. L.

Opere matematiche di FRANCESCO BRIOSCHI. Pubblicate per cura del Comitato per le onoranze a Francesco Brioschi (G. Ascoli, E. Beltrami, G. Colombo, L. Cremona, G. Negri, G. Schiaparelli). Tomo Primo, con ritratto di F. Brioschi. Milano, U. Hoepli, 1901, 4.°, p. XI + 416 [Prezzo L. 25].

I lettori del *Bollettino* riceveranno l'annunzio della pubblicazione del Tomo I delle *Opere matematiche* di F. Brioschi con compiacenza forse eguale, ma non certo superiore a quella che prova chi è in questo momento chiamato a porgerlo loro. E se, non paghi di apprendere la esistenza di quel volume, vorranno conoscerlo *de visu* converranno con noi che l'edizione, la quale con esso s'inizia, è degno omaggio della patria riconoscente al sommo analista lombardo. — Dalla prefazione, scritta da G. Colombo, si apprende in qual modo potè progettarsi questa magnanima impresa e quali furono le persone (oltre i componenti del Comitato) che contribuirono con l'opera alla esecuzione di essa. Qui importa rilevare che « l'ordine col quale fu iniziata la pubblicazione non è nè l'ordine cronologico, nè l'ordine per materie; si è stabilito, invece, di disporre le memorie per serie, secondo i periodici nei quali vennero pubblicate.... Alla fine dell'opera si provvederà poi a dare i necessarî indici per classificare le memorie in ordine di tempo e di argomento, accompagnandoli con uno studio sulla vita scientifica dell'Autore ». Il volume testè apparso abbraccia 44 memorie, tutte pubblicate negli antichi *Annali* di Tortolini e nei successivi *Annali di Matematica.* Si chiude con un Indice alfabetico dei nomi citati, scorrendo il quale il lettore può misurare quanto numerosi siano i punti di contatto che presenta la produzione matematica del Brioschi con le investigazioni dei più reputati scienziati del Secolo XIX. Anzi, a questo proposito va avvertito come gli scritti che il Brioschi modestamente designa col nome di *articoli bibliografici*, non contengano di regola l'esposizione di idee altrui, ma osservazioni originali a lui suggerite dalla lettura di certi lavori; ciò osserviamo perchè chi non tenesse conto di questa speciale natura delle bibliografie del Brioschi, rischierebbe di attribuire ad altri cose che sono invece sua indiscutibile proprietà.

G. L.

Digitized by Google

Trattato sulle equazioni differenziali di ANDREW RUSSEL FORSYTH. *Prima versione dall' Inglese di* ALFREDO ARBICONE. Livorno, R. Giusti, 1901, 8.°, p. XII + 337. [Prezzo L. 7].

I notevoli progressi fatti in questi ultimi trent' anni dalla teoria delle equazioni differenziali (ordinarie) avevano reso antiquato il trattato classico del Boole: quello del Forsyth ne ha preso, per consenso universale, il posto, onde fu ottima idea quella del Dott. Arbicone di intraprenderne una traduzione italiana ed è da felicitarsi che egli abbia trovato nel Giusti un editore che ne assumesse la pubblicazione. Trattandosi di uno scritto molto noto — non solo nell' originale, ma anche nella versione tedesca del Maser —, non è il caso di farne qui un' analisi particolareggiata. Solo, per uso di quelli fra i nostri lettori a cui essa non capitò sinora fra mano, indichiamo gli argomenti dei dieci capitoli di cui consta: I. Introduzione - II. Equazioni differenziali del 1.° ordine - III. Equazione lineare generale a coefficienti costanti - IV. Varî metodi d'integrazione - V. Integrazione per serie - VI. La serie ipergeometrica - VII. Integrazione mediante integrali definiti - VIII. Equazioni ai differenziali totali - IX. Equazioni alle derivate parziali del 1.° ordine - X. Equazioni alle derivate parziali di ordine superiore. — Notevole la ricca collezione di esercizî di cui l'opera è corredata.

G. L.

E. LEBON. *Traité de géométrie descriptive et de géométrie côtée. Premier volume, à l'usage de la Classe de Mathématiques élémentaires. Troisième édition entièrement refondue.* Paris, Delalain Frères 1901, 8.°, p. VI + 280 [Prezzo 5 fr.].

Uno stile semplice, un' esposizione elementare senza essere eccessivamente prolissa, molte nitide figure ed una ricca collezione di esercizî, sono doti sufficienti per giustificare il successo di un libro che, come quello del Sig. Lebon, si dirige di preferenza agli scolari. I Professori dei nostri istituti tecnici o superiori lo tengano quindi presente nel momento in cui stanno per decidere quale libro eleggere quale testo. Noi completiamo intanto questo annunzio coll' indicare l' ordine delle materie trattate nel I volume dell' opera del Sig. Lebon, dopo avere notato che nella 3.ª ediz. di essa è tenuto il debito conto dell' idea del Mannheim di sopprimere, per quanto è possibile, nei disegni di geometria descrittiva, la linea di terra.

Geometria descrittiva. I. Definizioni e convenzioni. II. Il punto. III. La retta. IV. Disegni senza linea di terra. V. Il piano. VI. Pro-

Digitized by Google

blemi sopra la retta ed il piano. VII. Intersezioni di piani. VIII. Intersezione di una retta con un piano. IX. Rette perpendicolari; rette e piano perpendicolari. X. Rotazioni. XI. Cambiamenti dei piani di proiezione. XII. Ribaltamenti. XIII. Uso del piano di profilo. XIV. Problemi sulle distanze. XV. Problemi sopra gli angoli. XVI. Risoluzione dell'angolo triedro. XVII. Proiezioni di un poligono piano. XIII. Rappresentazioni dei poliedri. XIX. Sezioni piane dei poliedri. XX. Intersezione di un poliedro con una retta. XXI. Intersezione dei poliedri. XXII. Ombre dei poliedri. XXIII. Proiezioni di una circonferenza. XXIV. Proiezioni di un' elica.

Geometria quotata. I. Il punto e la retta. II. Il piano. III. I poliedri. IV. La superficie curva.

Problemi graduati da risolvere.

G. L.

F. Michel. *Recueil de problèmes de géométrie analytique à l'usage des classes de mathématiques speciales. Solutions des problèmes donnés au concours d'admission à l'Ecole polytechnique de 1860 à 1900.* Paris, Gauthiers-Villars 1900, 8.° p. VI + 240 [Prezzo 6 fr.]

Quest' operetta contiene le soluzioni dei problemi di geometria analitica che vennero proposti dal 1860 al 1900 negli esami d'ammissione alla Scuola politecnica di Parigi. Sono quasi tutti problemi in cui i dati sono coniche o quadriche ed in cui si tratta di discutere alcune curve piane speciali (di 3.°, 4.° o 6.° ordine) connesse alle une od alle altre; onde sono questioni le quali sono alla portata degli studenti del primo corso delle Università nostre; ad essi pertanto va suggerito e consigliato lo studio della coscienziosa opera del Sig. Michel. Alla quale crescono pregio le figure accuratamente delineate e le indicazioni bibliografiche delle fonti a cui il lettore può ricorrere onde apprendere soluzioni dei problemi trattati diverse da quelle esposte nel testo. Ci sia lecito osservare che la questione proposta nel 1870 venne evidentemente ispirata dalla lettura di un passo delle *Applications d'Analyse et de Géometrie* del Poncelet (T. I, p. 454) ove è definito e caratterizzato il luogo geometrico l' esame del quale forma appunto oggetto di quella questione: tale luogo è la curva del 4.° ordine chiamato oggi *capricornoide.*

G. L.

Digitized by Google

Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. Herausgegeben von Prof. Dr. H. Burkhardt und Prof. Dr. Franz Meyer. Leipzig. Teubner.
V. *Bollettino*, III, 1900, p. 120.

I Band. Heft 6. (1901. Prezzo Mk. 7, 60). H. Weber, *Komplexe Multiplikation* (*cont. e fine*). — E. Czuber, *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* — J. Bauschinger, *Ausgleichungsrechnung.* — J. Bauschinger, *Interpolation.* — L. von Bortkiewicz, *Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik.* — G. Bohlmann, *Lebensversicherungs-Mathematik.* — D. Soliwanoff, *Differenzrechnung.* — R. Mehmke, *Numerisches Rechnen.*

IV_2 Band. Heft 1. (1901. Prezzo Mk. 3. 80). M. Abraham, *Geometrische Grundbegriffe.* — A. E. H. Love, *Hydrodinamik: Physikalische Grundlegung.* — A. E. H. Love, *Hydrodinamik: Theoretische Ausführungen.*

Dr. phil. H. Lorenz dip. Ingenieur, Prof. in der Universität Gottingen. *Dynamik der Kurbelgetriebe, mit besonderer Berücksichtigung der Schiffsmaschinen.* Mit 66 Textfiguren. Leipzig, Teubner 1901, 8.° gr. p. IV + 156 [Prezzo Mk. 5].

Prof. Dr. H. Fenker. *Arithmetische Aufgaben. Mit besonderer Berücksichtigung von Anwendungen auf dem Gebiete der Geometrie, Physik und Chemie.* Berlin, O. Salle.

Dr. W. Krumme. *Der Unterricht in der analytischen Geometrie. Für Lehrer und zum Selbstunterricht.* Mit. 53 Fig. im Text. Berlin, O. Salle [Prezzo Mk. 6,50].

PROGRAMMI E RIASSUNTI DI CORSI UNIVERSITARI
UNIVERSITÀ DI MESSINA.

PROGRAMMA DEL CORSO

di « Complementi di matematica pei naturalisti »

(Anno scolastico 1900-01).

Preambolo.

L'aumento rapido ed incessante verificatosi, specialmente negli ultimi due secoli, nell' estensione delle conoscenze scientifiche ha avuto per

Digitized by Google

effetto necessario una separazione dei vari rami di scienza, ed una specializzazione sempre maggiore dei cultori di essi, rendendo omai impossibile il riapparire di quegli ingegni multiformi del medio evo, che erano insieme medici, filosofi, astronomi, letterati, e fors'altro ancora. Però da qualche tempo si va manifestando un fenomeno, in certo modo, inverso, un mutuo riavvicinamento delle varie scienze in cerca di aiuto reciproco; vediamo la chimica da un lato, la mineralogia dall'altro, accostarsi alla fisica, la geografia alle scienze naturali, la filosofia alla biologia, l'economia politica, la statistica, e perfino le scienze biologiche, alla matematica. Ma questa nuova aura non ha ancora soffiato nei nostri organismi accademici; e molto tempo ci vorrà prima che s'introduca in essi un più razionale aggruppamento delle varie discipline ed un più facile affiatamento reciproco tra queste.

Una posizione particolarmente infelice è fatta, in questo senso, alla matematica, la quale vive isolata, senza contatto colle altre scienze, tolta a mala pena la fisica; sicchè non è frequente trovare fra noi un cultore, p. es., della zoologia, della fisiologia, della filosofia, il quale sia fornito anche di una piccola parte delle cognizioni matematiche che in altri paesi si giudicano corredo indispensabile a chi si dedica a tali scienze.

Alcune Facoltà scientifiche opportunamente stabilirono che i laureandi in chimica (e perchè non anche i mineralogisti?) abbiano a dar prova di conoscenze speciali di matematica; ma tale disposizione viene troppo spesso elusa. È appunto per tentare di stabilire, in modo piu pratico, un contatto fra la matematica e le altre discipline, e particolarmente le scienze naturali, che io ho tenuto in quest'anno nell'Università di Messina un corso di lezioni sotto il titolo: *Complementi di matematica pei naturalisti*. E poichè non mi consta che un insegnamento analogo esista in alcuna delle Università nostre, ritengo utile far conoscere il programma che ho sviluppato, ed i criteri ai quali mi sono attenuto nella scelta della materia.

* * *

La matematica, mentre ha per oggetto la ricerca delle proprietà di enti puramente ideali, si è lasciata guidare, e nella creazione di questi enti e nella scelta dei problemi da trattare a loro riguardo, dalle esigenze man mano crescenti dello studio del mondo fisico. L'affollarsi di sempre nuove incognite alla mente avida dell'uomo ha resa necessaria l'apertura di sempre nuove vie, che permettessero di *porre in equazione*, e possibilmente anche di risolvere, i problemi della natura. Nel corso dei secoli i primitivi *artifizi* divennero *metodi*, ed i metodi si fecero via via più generali e comprensivi. Ma un metodo

Digitized by Google

unico, atto a dominare qualsiasi problema, fu creato allora soltanto che un grande matematico, il quale era anche un grande filosofo, ebbe la geniale idea di sorprendere il modo di procedere della natura e di trasportarlo nella matematica. È indubitato che la continuità notata da Leibniz nella serie degli esseri organici, che egli paragonava « alle ordinate d'una medesima curva », gli suggerì il concetto di *differenziale*, come l' osservazione, che la vita d' un organismo è la somma delle vite particolari di organismi infinitamente piccoli, gli suggerì quello di *integrale*. Così si spiega come questi due concetti vadano facendosi strada in tutte le scienze naturali, preso questo nome nel suo senso più ampio, che abbraccia non solo lo studio dei fenomeni della natura inorganica ed organica, ma anche quelli morali, intellettuali e sociali.

Creato lo *strumento* per lo studio della natura, occorreva creare l' *ente* sul quale operare; occorreva tradurre matematicamente il concetto di *legge naturale*. Una legge naturale è un modo di dipendenza tra più fenomeni, o meglio è l' espressione della nostra fiducia che tale dipendenza si mantenga costantemente quale si riscontrò nei casi osservati; essa si riduce, in ultima analisi, ad una dipendenza tra più quantità variabili insieme. Tale legame, nella sua forma più generale possibile, è espresso dalla parola *funzione*, poichè noi diciamo che, se più quantità variano dipendentemente le une dalle altre, ciascuna è funzione delle rimanenti.

I concetti di differenziale, d' integrale e di funzione, e i più elementari teoremi e sviluppi di calcolo che con essi si connettono, devono essere famigliari a chiunque si occupi di studi scientifici.

* * *

Però, per istudiare matematicamente un fenomeno, è necessario poter sceverare le *cause* di esso, cioè le condizioni necessarie e sufficienti perchè quel fenomeno abbia luogo. Ora v' è un gran numero di fatti naturali e sociali, per cui l' assegnazione esatta delle cause appare, per ora, se non forse per sempre, impossibile. Tuttavia avviene sovente che, sebbene la determinazione delle cause d' un singolo fatto non sia possibile, l' insieme d' un gran numero di fatti congeneri appaia costantemente come la conseguenza d' un certo complesso di circostanze. Pertanto gli analisti sono riusciti a sottoporre al calcolo anche i fatti di questa natura; il loro studio forma l' oggetto di un ramo fiorente delle matematiche, la *teoria delle probabilità*.

Un capitolo di questa teoria tratta un problema, che non può non affacciarsi ad ogni piè sospinto ad ogni cultore delle scienze sperimentali, a cui non faccia difetto l' abitudine al pensiero matematico.

Digitized by Google

La misura ripetuta d' una medesima grandezza dà luogo, salvo casi eccezionalissimi, a risultati non perfettamente identici; e pertanto si hanno in generale per le grandezze direttamente misurate e per quelle che se ne possono dedurre col calcolo, dei dati fra loro discordanti. Come si può da questi dati desumere quali sieno i valori più plausibili delle grandezze incognite? A tale domanda risponde la *teoria degli errori*, che è applicata largamente nella geodesia, nell' astronomia e nella mineralogia, e che dovrebbe esserlo in molte altre scienze.

* * *

Oltre a queste esigenze comuni a tutte le scienze naturali, altre ve n' hanno speciali ad alcune di esse.

Così quel nuovo ramo della chimica, che ha il nome di chimica fisica, richiede la conoscenza, almeno superficiale, di alcuni dei concetti più importanti della termodinamica, i quali alla lor volta si fondano sui principii della meccanica.

E la cristallografia, che pure può svolgersi, almeno nei suoi fondamenti, in base alla sola matematica elementare, acquista una grande semplicità, sveltezza ed eleganza quando vi si introducano i procedimenti dell' algebra moderna e della geometria analitica.

* * *

Queste sono le considerazioni che mi guidarono nel formulare il programma del mio corso. Stretto dalla brevità del tempo — il corso constò di sole 45 lezioni — dovetti limitarmi, nello svolgimento delle singole parti di esso, al puro necessario, avendo cura tuttavia che nulla mancasse di ciò che doveva servir di base agli sviluppi successivi. Insistetti particolarmente sui concetti, restringendo al minimo possibile la parte puramente tecnica. Pertanto spero di esser riuscito a porre in grado i miei uditori, se non di applicare essi stessi la matematica alle scienze naturali, almeno di seguire senza difficoltà le applicazioni fattene da chi prima seppe apprezzare e rendersi famigliare questo potente strumento di ricerca.

Programma.

Parte I. — Algebra complementare (6 lez.)

1. *Analisi combinatoria.* — Disposizioni semplici e con ripetizione. Permutazioni. Parità e disparità delle permutazioni. Combinazioni sem-

Digitized by Google

plici e con ripetizione. Coefficienti binomiali e triangolo aritmetico. Potenze d' un binomio.

2. *Determinanti.* — Definizioni e teoremi fondamentali. Minori d' un determinante, complemento algebrico. Determinanti nulli. Moltiplicazione dei determinanti. Determinante aggiunto. Determinanti simmetria. Determinanti ortogonali.

3. *Equazioni lineari.* — Risoluzione d' un sistema d' equazioni lineari omogenee e non omogenee.

Parte II. — Geometria analitica (14 lez.)

1 *Riassunto delle principali nozioni di trigonometria piana.*

2 *Geometria del piano.*

a) **Coordinate.** — Coordinate cartesiane. Trasformazione delle coordinate.

b) **Punti e rette.** — Equazione della retta, sue varie forme. Significato geometrico dei coefficienti. Angoli d' una retta cogli assi. Distanza di due punti. Retta che unisce due punti. Condizione perchè tre punti sieno in linea retta. Angolo di due rette. Condizione di parallelismo e di perpendicolarità. Punto d' intersezione di due rette. Condizione perchè tre rette passino per un punto.

c) **Linee del secondo ordine.** — Luoghi geometrici in generale. Cerchio. Parabola; sue proprietà. Ellisse e iperbola; centro, assi, fuochi, asintoti. Equazione dell' iperbola equilatera riferita agli asintoti.

d) **Altre linee.** — Iperbole d' ordine superiore. Logaritmica.

3. *Geometria dello spazio.*

a) **Coordinate.** — Coordinate cartesiane. Coseni direttori d' una retta. Trasformazione delle coordinate.

b) **Punti, rette e piani.** — Distanza di due punti. Equazione del piano; significato geometrico dei coefficienti. Condizione di parallelismo di due piani. Piani in posizioni speciali. Angolo di due piani. Punto d' incontro di tre piani. Condizione perchè quattro piani abbiano un punto comune. Equazione del piano passante per tre punti. Equazioni della retta; significato geometrico delle costanti. Condizione di parallelismo e di perpendicolarità di due rette. Condizione di parallelismo d' un piano e d' una retta. Applicazione: condizione perchè tre facce d' un cristallo sieno in zona. Condizione perchè due rette si taglino.

c) **Superficie del secondo ordine.** — Luoghi geometrici in generale. Sfera. Ellissoide; ellissoide rotondo. Iperboloide ad una falda;

Digitized by Google

generatrici rettilinee. Iperboloide a due falde. Paraboloide ellittico; paraboloide rotondo. Paraboloide iperbolico; generatrici rettilinee. Cilindro. Cono. Costruzione dei modelli delle quadriche rigate.

d) **Curve sghembe.** — Cenni sulla rappresentazione parametrica delle curve nello spazio; cilindri proiettanti. Elica.

PARTE III. — CALCOLO INFINITESIMALE (9 lez.).

1. *Preliminari.* — Funzioni d'una variabile; loro rappresentazione mediante curve piane. Esempi: legge di Boyle, legge di Nordenskiöld per le soluzioni, legge psicofisica di Fechner. Funzioni di più variabili; loro rappresentazione mediante superficie. Esempio: equazione di stato dei gas. Limiti; continuità e discontinuità.

2. *Derivate.* — Concetto fondamentale del calcolo infinitesimale. Derivata. Esempi: velocità nel moto vario, tangente ad una curva, coefficiente di dilatazione lineare, superficiale e cubica. Significato del segno della derivata. Derivate d' ordine superiore. Esempio: accelerazione. Infinitesimi; differenziali. Principio della sostituzione degl' infinitesimi. Derivate e differenziali delle funzioni di più variabili. Invertibilità dell' ordine delle derivazioni. Principii su cui si fonda la determinazione delle derivate. Derivata d' una costante, d' una somma, d' un prodotto, d' una funzione di funzione. Derivata d' una potenza, del seno, del coseno, del logaritmo. Logaritmi iperbolici. Concavità, convessità e flessi delle curve piane. Tangente ad una curva sghemba. Massimi e minimi delle funzioni d' una variabile. Esempi: recipiente di capacità massima costruito con una lamiera rettangolare, riflessione, rifrazione, trave a sezione rettangolare di massima resistenza ottenibile da un dato cilindro, filtro di massima capacità. Massimi e minimi delle funzioni di più variabili. Esempio: parallelepipedo di massimo volume data la somma degli spigoli.

3. *Integrali.* — Integrale definito ed indefinito. Integrale d' una potenza, del seno, del coseno. Cenni sui procedimenti del calcolo integrale. Esempi di applicazione del calcolo integrale: moto uniformemente vario, lunghezza d' un arco di curva sghemba, area d' una curva piana, legge psicofisica, formola ipsometrica, inversione dello zucchero, calore ceduto da un corpo che si raffredda, temperatura massima d' una fiamma.

PARTE IV. — CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (5 lez.)

1. *Teoria generale.* — Definizione di probabilità. Esempi vari; dadi, urne. Problema dell' ago; considerazioni sui problemi nei quali

Digitized by Google

il numero dei casi possibili è infinito. Probabilità totale e probabilità composta. Giuochi, posta, speranza matematica. Paradosso di Pietroburgo. Teorema di Bernoulli. Legge dei grandi numeri. Tavole di mortalità e loro uso.

2. *Applicazione al calcolo degli errori.* – Errori costanti ed errori accidentali. Postulato di Gauss; legge degli errori. Errore probabile; errore medio. Precisione e peso. Teoria dei minimi quadrati.

Parte V. — Meccanica (6 lez.).

1. *Meccanica del punto materiale.* — Moto rettilineo d'un punto; velocità, accelerazione. Diagrammi e loro uso. Moto curvilineo; proiezioni sui tre assi coordinati. Principio d' inerzia. Forza. Massa. Peso. Principio della coesistenza di più moti. Composizione delle forze concorrenti. Equazioni del moto d' un punto. Esempi: moto dei proiettili nel vuoto, moto centrale. Moto d' un punto soggetto a vincoli. Esempi: piano inclinato, pendolo semplice. Lavoro; forza viva. Principio delle forze vive.

2. *Meccanica dei sistemi.* — Moto d' un sistema. Traslazione, rotazione. Composizione delle forze parallele. Momenti. Centro di gravità. Equilibrio. Esempi: curva dei ponti sospesi. Principio di D'Alembert. Equazioni del moto d' un sistema composto d' un numero finito di punti. Principio della conservazione del moto del centro di gravità. Principio della conservazione dell'energia. Funzione delle forze. Attrazione newtoniana; potenziale.

Parte VI. — Termodinamica (5 lez.).

1. *Principi generali.* — Principio di Mayer. Equazione fondamentale. Lavoro esterno; sua rappresentazione grafica. Curve di pressione costante, di volume costante, isotermiche, adiabatiche. Cicli; cicli reversibili e non reversibili. Ciclo di Carnot. Postulato di Clausius. Principio di Carnot.

2. *Teoria dei gas.* — Leggi di Boyle e di Gay-Lussac; equazione di stato. Temperatura assoluta. Forma delle isotermiche. Calore specifico a volume ed a pressione costante. Forma delle adiabatiche. Coefficiente economico del ciclo di Carnot. Entropia. Variazione dell' entropia nei cicli non reversibili.

Digitized by Google

3. *Teoria dei vapori.* — Equazione di stato dei vapori saturi. Miscuglio di vapore e di liquido. Isotermiche, adiabatiche. Equazione di stato dei vapori soprarriscaldati.

G. VIVANTI.

NOTIZIE

BIBLIOGRAFIA DEI QUATERNIONI E TEORIE AFFINI. Il Prof. Macfarlane sta preparando un elenco completo delle opere a stampa concernenti le discipline aventi la loro origine nelle opere di Hamilton e Grassmann ed ha rivolto un invito a tutti gli autori per ottenere il loro aiuto. Nell' adoperarsi con tal cenno al conseguimento dello scopo propostosi dall' infaticabile segretario dell' *International Association for the promoting the study of Quaternions* (v. *Bollettino.* T. II, p. 100 e T. III, p. 92), il nostro giornale avverte che tutte le comunicazioni in proposito devono dirigersi al Prof. A. Macfarlane, Gowrie Grove, Chatam, Ontario, Canada.

* * *

PER STABILIRE UNA LINGUA AUSILIARIA INTERNAZIONALE si è costituito a Parigi un comitato, di cui è segretario L. Couturat (Paris, 7 Rue Nicole), avente per iscopo di scegliere e diffondere quella che soddisfarà alle tre condizioni seguenti: *a)* Essere capace di servire alle relazioni abituali della vita sociale, agli scambi commerciali ed ai rapporti scientifici e filosofici; *b)* Essere di facile apprendimento per parte di tutte le persone aventi una istruzione elementare media e specialmente per le persone di civiltà europea; *c)* Non essere alcuna delle lingue nazionali. — Ulteriori particolari sulla importante questione si troveranno nell' opuscolo del Conturat, *Pour la langue internationale* (Coulommiers, 1901).

* * *

TEMA PROPOSTO DALLA R. ACCADEMIA DI NAPOLI: « Portare qualche contributo notevole alla teoria invariantica della forma ternaria biquadratica, preferibilmente per quanto riguarda le varie condizioni di spezzamento in forme inferiori ». Premio L. 500.

Le memorie dovranno essere inviate al Segretario dell'Accademia non più tardi del 31 Marzo 1902; potranno essere scritte in italiano,

Digitized by Google

latino o francese; dovranno recare un motto che serva, nel modo consueto, a rintracciare il nome dell'autore premiato.

* * *

MAUROLICO E L'UNIVERSITÀ DI MESSINA. È uscita recentemente una nuova edizione (Messina, D'Angelo, 1901), aumentata in base a documenti inediti, dell'opera del Prof. G. Macrì: *F. Maurolico nella vita e negli scritti* (sulla quale v. *Boll. di st. e bibliogr. mat.*, 1897, p. 17-18). In un *Poscritto* alla stessa, il Macrì sostiene che la nomina del Maurolico a Professore della Università di Messina, comprovata da un documento testè scoperto (v. Boll., 1900, p. 123-124), non potè avere alcun effetto pratico per le condizioni di salute e d'età del grande geometra. Della stessa opinione è il Dott. V. Labate (Arch. storico siciliano, nuova serie, anno XXV, 1901, p. 433-435).

* * *

TEMA DEL TERZO CONCORSO A PREMI bandito dal *Bollettino di Matematiche e di scienze fisiche e naturali* fra gli insegnanti di matematica delle Scuole secondarie: « Risoluzione dei problemi geometrici elementari in un foglio limitato ».

I lavori dei concorrenti dovranno essere inviati anonimi al Direttore di quel periodico (Prof. Alberto Conti, Bologna, via S. Stefano 170) non più tardi del prossimo 31 Dicembre. Ulteriori particolari si trovano nel N. 7 (Giugno 1901) del *Bollettino* predetto.

* * *

BIBLIOTECA SCOLASTICA. Sotto questo titolo inauguriamo una rubrica di annunzi delle opere aventi carattere esclusivamento scolastico che usciranno in Italia ed all'estero.

Arnaldi M. Prime nozioni di geometria intuitiva ad uso delle Scuole complementari. Parma, L. Battei 1901, 8.°, p. 160 [L. 1,50].

de Franchis M. Elementi di geometria ad uso delle Scuole tecniche. Palermo, R. Sandron, 1901, 8.°, p. IV + 227 [L. 2].

de Franchis M. Elementi di aritmetica pratica ad uso delle Scuole secondarie inferiori, seguita da una guida alla risoluzione dei problemi. Palermo, R. Sandron 1901, 8.° p. 295 [L. 2].

Marco Bertolone, Direttore-Gerente

Genova - Tipografia R. Istituto Sordo-muti - 1901.

Digitized by Google

OTTOBRE, NOVEMBRE E DICEMBRE 1901.

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA
E STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA DI

GINO LORIA

Editore: **Carlo Clausen**, Torino — Del *Bollettino* si pubblicheranno ogni anno quattro fascicoli di almeno 32 pag. — Prezzo d'abbonamento annuo: Per l'interno L. **6**, per l'estero Fr. **7. 50**. Numeri separati L. **2** caduno. — Gli articoli da inserirsi si mandino al *Prof. G. Loria*, Università di Genova.

SOMMARIO

Recensioni ed annunzi: WEBER-RIEMANN. *Die partiellen Differentialgleichungen der matematischen Physik.* [G. A MAGGI]. — BIGOURDAN. *Le système metrique des poids et mesures* [G. L.]. — CONTURAT. *La logique de Leibniz* [G. Vailati]. — KRONECKER. *Vorlesungen über Mathematik*, II Teil., I Abschnitt [G. L.]. — SCHLESINGER. *Einführung in die Theorie der Differentialgleichungen* [G. Vivanti]. — MASCHERONI. *La geometria del compasso* [G. L.]. — F. MÜLLER. *Vocabulaire mathématique français-allemand*, II Hälfte [G. L.]. — KLIMPERT. *Storia della geometria*, trad. FANTASIA [G. L.]. — VERONESE. *Nozioni elementari di geometria intuitiva* [G. L.]. — GALDEANO. *Estudios de crítica y pedagogia matematicas* [G. L.]. — RUSSELL. *Essai sur les fondements de la géométrie* [G. L.]. — CAPELLI. *Lezioni sulla teoria delle forme algebriche* [G. L.]. — BEYEL. *Darstellende Geometrie* [G. L.]. — DUMONTEL. *Contributo alle ricerche di Woolhouse e di Makeham* [G. Vailati]. — VIVANTI *Lezioni sulla teoria degli integrali abeliani.* — CESARO. *Vorlesungen über natürliche Geometrie* [G. L.]. — FÖPPL. *Vorlesungen über technischen Mechanick.*

Programmi e riassunti di corsi universitari: Corso di Fisica Matematica. R. Università di Messina. 1900-1901.

Necrologio. *O. Schlömilch.*

Notizie: Biblioteca scolastica. — Per la storia delle Scienze. — Congresso internazionale di Scienze storiche. — Nuovi modelli di matematica. — Carteggio di Leibniz. — Un nuovo giornale. — Jahresbericht der Deutschen Matematiker-Vereinigung.

RECENSIONI ED ANNUNZI

H. WEBER. *Die partiellen Differentialgleichungen der matematischen Physik. Nach Riemann's Vorlesungen. — In vierter Auflage neu bearbeitet.* Braunschweig. Vieweg und Sohn. Erster Band. 1900. Zweiter Band. 1901. [Prezzo Mk. 20].

Quest' opera, che, al titolo, e, fino ad un certo punto, all' aspetto, ci si presenta come una nuova edizione delle celebri « Lezioni » di Riemann, elaborate e pubblicate da Hattendorff, per la prima, volta, nel 1869, e ristampate poi, pressochè senza variazioni, nel 1876 e

Digitized by Google

nel 1882 (1), è in sostanza un lavoro originale del chiaro professore dell' Università di Strasburgo. Il quale, nella prefazione, si compiace di spiegar egli stesso perchè, sollecitato a curare una quarta edizione di quelle lezioni, abbia risposto all' invito, componendo un' opera nuova, e tuttavia abbia creduto di mantenervi l' ornamento del nome di Riemann.

Una ristampa delle lezioni tenute da Riemann fra il 1854 e il 1864 non poteva più offrire che un interesse storico: nè con semplici ritocchi sarebbe stato possibile ridonar loro la primitiva efficacia, per modo che restassero quell' ampia e sicura guida allo studio della Fisica matematica, che furono al loro apparire. Intanto, leggiamo nella prefazione alle « Lezioni » come Riemann affermasse che nessun progresso, nello scrutar il meccanismo dei fenomeni naturali, fu fatto da Newton in poi: laddove il trentennio seguito alla sua morte immatura vide fondarsi la teoria di Maxvell, che consolidava, colla espressione matematica, le idee di Faraday, e riceveva poi, alla sua volta, colle scoperte di Hertz, la conferma dell' esperienza. E poichè un libro pari al presente sviluppo della scienza é tenuto ad assegnare a questa teoria un posto d' onore, per ciò solo non potrebbe dispensarsi da recare al disegno delle « Lezioni » di Riemann un radicale mutamento.

Tuttavia, tale è l' opera del Maestro che l' Autore, informandosi al suo spirito, e traendo partito dalle sue molteplici ricerche nel campo della Fisica matematica, e in quello, ad esso attinente, dell' Analisi, ha buona ragione di conservare al nuovo libro la qualifica di emanazione dell' insegnamento di lui.

Aggiungiamo ch' egli resta conforme a quello spirito, pur coll' accogliere la teoria maxwelliana dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi: constando dalla corrispondenza e da frammenti di Riemann com' egli avesse fatto oggetto delle proprie speculazioni una comune spiegazione dei principali fenomeni, non esclusane la gravitazione universale, fondata sull' intervento di un « mezzo »; ed ancora che, valendosi dei varii scritti di Riemann, risponde, in certo qual modo, ad un desiderio espresso fin dal primo apparire delle « Lezioni »: poichè l'*Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik* degli anni 1869-70 (2), a proposito delle « Lezioni » medesime, nota come esse siano principalmente condotte sulla traccia di Dirichlet, a testimonianza della circospezione e della modestia di Riemann, per concludere che l' editore si sarebbe reso anche più benemerito, pubblicando altri corsi di lui, dove ha maggior parte la sua ricerca originale.

(1) *Partielle Differentialgleichungen und deren Anwendung auf physikalische Fragen.* Braunschweig. Vieweg und Sohn.

(2) Articolo firmato *Ni* (Natani).

Digitized by Google

L' opera si compone di due volumi, che si completano a vicenda, non senza possedere una certa indipendenza, che si rivela anche con una separata divisione in « Parti » *(Abschnitt)*, come le « Lezioni » di Riemann: se non che queste sono raccolte in « Libri » *(Buch)*, recanti, ciascuno, un titolo speciale.

Il libro « Sussidii Analitici » svolto dalle prime due parti delle antiche Lezioni, contiene, oltre i perfezionamenti indicati dalla più recente critica, tanti complementi ed aggiunte che ben può dirsi raccolga, esposti in forma succinta, ma limpida e rigorosa, i principali elementi dell' Analisi, indispensabili per intraprendere lo studio dell' applicazione della matematica al calcolo ed alla spiegazione dei fenomeni naturali.

Il seguente libro « Fondamenti geometrici e meccanici » comincia colla cinematica delle deformazioni infinitesime. Seguono i concetti principali della teoria dei vettori, nel cui significativo linguaggio sono stabiliti i teoremi di Gauss e di Stokes sulle relazioni fra integrali di dimensioni diverse. Donde, attraverso al teorema di Green, che ne è spontanea conseguenza, si entra nella teoria della Funzione potenziale, le cui tre forme principali compariscono in quella formola, esposta con misura adeguata allo scopo dell' opera, e perciò senza toccare l' arduo « problema d' esistenza », che, se ci si permette un' osservazione, non ci sarebbe parso superfluo avvertire ed enunciare fin da questo momento (1). Tale problema è risoluto, nel caso del campo sferico, coll' effettiva determinazione della funzione soddisfacente alle prescritte condizioni; e lo sviluppo in serie di essa dà luogo ad un' esposizione degli elementi delle Funzioni sferiche. Chiude il libro una rapida rassegna dei principii della Meccanica razionale, principalmente intesa a fissare la mente sulla formazione delle equazioni del movimento e dell' equilibrio, mediante l' equazione di d'Alembert e Lagrange, trasformata, se occorre, così da tradursi nei teoremi di Hamilton e della Minima azione, e sul teorema della Conservazione dell' energia.

Termina il primo volume il libro « Elettricità e Magnetismo », e, sotto un certo punto di vista, lo completa, poichè contiene un' applicazione della premessa materia, abbastanza larga per renderne ragione e rilevarne l' importanza in questo ordine di studii. L' esposizione di questo molteplice argomento si fonda sul concetto maxwelliano dello « spostamento » elettrico e magnetico: la cui natura non è preventivamente indagata; ma è lasciato di chiarirla ai principii che implicano lo stesso concetto, i quali, per l' equilibrio elettrico e magnetico, si riducono ad un' equazione analoga a quella delle velocità virtuali,

(1) Questo è poi fatto in una Nota annessa al §. 110 del secondo volume, a proposito della teoria generale della Membrana vibrante.

Digitized by Google

dove tale spostamento è surrogato allo spostamento del punto materiale, e, pel movimento, alle equazioni di Maxwell, traducenti relazioni che l'esperienza rileva tra circuiti elettrici e magneti. La teoria dell'equilibrio conduce per quella via alla legge di Coulomb e alle sue immediate conseguenze. La teoria del movimento è applicata alla propagazione stazionaria dell'elettricità in un conduttore qualsivoglia — quella che potrebbe chiamarsi la teoria di Kirchhoff — completata in fine col problema più recente, alla cui soluzione contribuì lo stesso Autore, della propagazione coll'intervento di un elettrolito. Illustra queste teorie generali la trattazione di questioni più speciali, condotta con cura congiunta del ragionamento matematico e della fedeltà della rappresentazione del fenomeno, per quanto lo consente la natura stessa del problema.

Il secondo volume contiene, col titolo « Sussidii dalla teoria delle equazioni differenziali lineari », una propria introduzione matematica, subordinata alla trattazione degli argomenti, che formano oggetto dei successivi libri, della quale costituiscono la principal sostanza l'integrazione delle equazioni differenziali lineari mediante la serie ipergeometrica, e l'indagine, condotta sull'equazione proposta, degli zeri dei loro integrali.

Il secondo libro « Propagazione del calore » è la parte che men si discosta dalla traccia delle « Lezioni », e gli stessi problemi classici, concernenti un conduttore isotropo illimitato, o limitato da uno o più piani, o rappresentato da una sfera, ne formano l'oggetto. Rileviamo fra le aggiunte l'applicazione al problema della « penetrazione del gelo », e il metodo, principalmenle sviluppato da Sommerfeld, della « funzione di Green ».

Più largo quadro è invece assegnato alla parte concernente l'elasticità, che forma il terzo libro « Teoria dell'Elasticità ». Questo comincia col concetto e le proprietà generali della pressione, dalle quali, e dalla teoria della deformazione infinitesima, sono dedotte le equazioni dell'equilibrio e del movimento elastico, valendosi del postulato che l'energia competente alla combinazione di due spostamenti elastici è indipendente dal loro ordine di successione. Seguono problemi statici, dove è tratto partito delle ricerche di Saint-Venant, di Boussinesq, di Cerruti, riguardanti la duplice questione della distribuzione dello spostamento, e della pressione sui sostegni. Quindi sono esposti, con tutta l'ampiezza che risponde all'attuale progresso di questi studii, il problema della corda e della membrana vibrante.

La teoria recente delle oscillazioni elettriche è oggetto del quarto libro, intitolato da esse: dove sono riprese le equazioni di Maxwell, per integrarle in alcuni casi importanti, corrispondenti all'ipotesi che lo spostamento elettro-magnetico si propaghi nel mezzo in forma di

Digitized by Google

onde — concetto precedentemente riscontrato nello studio della corda vibrante — rivelandosi, se occorre, coi fenomeni della propagazione della luce, o con quelli della propagazione dell'elettricità, la cui scoperta vale fama imperitura al nome di Hertz. La vastità del campo non consentiva di esporne che alcuni punti: i quali però sono sufficienii per fornirne un concetto. Questi sono, in sostanza, il « principio di Huygens » in un dielettrico isotropo: la propagazione di una corrente elettrica variabile in un filo infinito, immerso in un dielettrico illimitato: la riflessione di un sistema di onde elettro-magnetiche, che si propagano in un dielettrico, alla superficie di un conduttore, con particolar riguardo dell'ipotesi che sia limitato da un piano infinito, o rappresentato da una sfera.

L'opera termina col libro « Idrodinamica », concepito anch'esso con nuovo e più vasto disegno, in confronto della parte delle « Lezioni » riguardante lo stesso argomento. Comincia coi principii dell'Idrostatica, illustrati da problemi, tra i quali emerge quello dell'« ellissoide fluido rotante ». Donde si passa alla forma di Lagrange e di Euler delle equazioni del movimento, e ai principii del moto vorticoso e irrotazionale. Segue la teoria del movimento del sistema formato da un liquido perfetto e da uno o più solidi *bagnati* da esso, considerata dal doppio punto di vista della deduzione del movimento irrotazionale del liquido da un dato movimento dei solidi (« parte idrodinamica ») e del calcolo del movimento dei solidi, date le forze impresse (« parte meccanica »): cogli esempii, nella prima parte, della sfera, dell'ellissoide e dell'anello, e, nella seconda parte, del pendolo e dell'elice grave immersi in un liquido. Vien poi lo studio del movimento discontinuo dei liquidi, specialmente trattato nel caso delle due dimensioni, col noto principio di Helmholtz della rappresentazione conforme, e relativa applicazione della teoria delle funzioni di variabile complessa. Infine lo studio del movimento dei gas, dopo un breve cenno all'ipotesi delle oscillazioni estremamente piccole, che dà luogo ad una trattazione formalmente contenuta in quelle delle oscillazioni elettriche, è completamente informato al lavoro di Riemann « *Ueber die Fortpftanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite* ».

Questo, in breve, il contenuto dell'opera, per cui all'Autore, il quale afferma, pur fregiandola del nome di Riemann, d'assumersene piena responsabilità, saranno grati fisici e matematici, riconoscendogli il cospicuo merito di aver attuato, con tanti pregi di misura, di chiarezza e di precisione, il compito di riunire la maggior parte dei capitoli della Fisica matematica in un'esposizione suscettibile di uno studio seguito, retta da un comune principio, e informata al più recente progresso.

G. A. Maggi.

Digitized by Google

G. BIGOURDAN. *Le système métrique des poids et mesures. Son établissement et sa propagation graduelle, avec l'histoire des opérations qui ont servi à déterminer le mètre et le kilogramme.* Paris, Gauthier-Villars, 1901, 8.°, p. IV + 458 [Prezzo Fr. 10].

Fra le grandi imprese riformatrici avente carattere internazionale nessuna può gareggiare, per importanza ed universalità di consenso, con quella che ebbe per risultato l'introduzione in tutto il mondo civile del sistema metrico decimale. Un secolo fa essa venne iniziata ed i risultati che diede e che sta per dare sono tali che a ragione il Sig. Bigourdan — l'eminente astronomo dell'Osservatorio di Parigi — ritenne giunto l'istante per narrarne la storia. A tale scopo egli adunò tutti i documenti ufficiali relativi al soggetto ed i più importanti ha pubblicato nell'opera egregia che annunziamo. Della quale il piano e l'estensione emergono dal seguente indice dei capitoli:

I. I precursori della riforma dei pesi e delle misure. II. Creazione per opera dell'Assemblea costituente del nuovo sistema di pesi e misure. III. Il metro provvisorio. IV. La Commissione temporanea di pesi e misure sino alla sua epurazione. V. La Commissione temporanea dopo la sua epurazione. Sospensione della misura del meridiano. VI. Ripresa dei lavori sul meridiano. Legge 7 Aprile 1795. Creazione dell'agenzia temporanea di pesi e misure; soppressione di essa. VII. Nomenclatura per le nuove misure. VIII. Studio delle *righe* destinate alla misura delle basi IX. Determinazione del metro provvisorio. X. Lunghezza del pendolo che batte i secondi a Parigi. XI. Determinazione dell'unità di peso. XII. Della misura d'un meridiano, operazioni che essa esige. XIII-XIV. Misura della parte Nord del meridiano fatta da Delambre. XV. Misura della parte Sud del meridiano fatta da Méchain. XVI. Sanzione generale delle operazioni fatta col concorso di dotti stranieri. Il metro definitivo. XVII. Costruzione dei prototipi definitivi del metro e del chilogrammo. XVIII. Presentazione dei modelli al Corpo legislativo; loro deposito negli Archivi. XIX. Adozione legale dei modelli definitivi. Deposito dei documenti all'Osservatorio. Medaglia commemorativa. XX. Opposizione incontrata dal nuovo sistema di pesi e misure. Ufficio dei pesi pubblici. XXI. Attentati alla sicurezza del sistema metrico. XXII. Discussione della legge 4 Luglio 1837. XXIII. Organizzazione della verifica. Regolamento per la costruzione dei pesi e delle misure. XXIV. Propagazione all'estero del sistema metrico, dall'anno VI al 1869. XXV. La Commissione internazionale del metro; riunione di essa nel 1870. Comitato di ricerche preparatorie. XXVI. La Commissione internazionale del metro; le sedute del 1872. XXVII. Lavori della sezione francese e del Comitato permanente dal 1872 al 1875. XXVIII. La

Digitized by Google

conferenza diplomatica del metro. XXIX. Continuazione dei lavori della sezione francese 1875-1880. XXX. Ufficio internazionale di pesi e misure. XXXI. Costruzione dei modelli definitivi. XXXII. Sanzioni delle operazioni e distribuzione dei prototipi per opera della Conferenza generale del 1887. XXXIII. Continuazione dei lavori metrologici dal 1889 al 1900.

Chiudono il volume due appendici, l'elenco bibliografico delle pubblicazioni fatte dalla Commissione internazionale del metro e del Comitato internazionale di pesi e misure, un indice cronologico delle leggi e decreti concernenti il nuovo sistema metrico ed un indice dei nomi.

Il volume elegantissimamente stampato, va adorno dei ritratti di Delambre, Fabroni, Lavoisier, Lefèvre-Gineau, Méchain, Van Swinden e Tayllerand, e di altre illustrazioni; esso sembra destinato a prendere posto nelle biblioteche, non soltanto dei fisici e dei geodeti, ma anche di tutte le persone colte.

G. L.

L. Couturat. — *La logique de Leibniz d'après des documents inedits.* Paris, F. Alcan 1901. 8.° p. XIV + 608 [Prezzo 12 fr.].

Alle conquiste di Leibniz, estendentisi ai campi più svariati e remoti della filosofia e della scienza, è toccata sorte analoga a quella che subì l'impero macedone alla morte del suo fondatore. La copia e l'eterogeneità delle questioni e dei soggetti dei quali si esercitò la sua prodigiosa attività intellettuale non potevano a meno che costringere i posteri a dividersi in certo modo il compito di apprezzarne utizzarne e, direi quasi, amministrarne i prodotti.

La più importante tra queste ripartizioni, quella cioè che dovette aver luogo tra i continuatori delle ricerche matematiche di Leibniz da una parte, e i seguaci delle sue speculazioni filosofiche dall'altra, non avvenne senza inconvenienti, e ciò non per alcuna contestazione insorta tra le suddette due classi di eredi pel possesso di qualche parte del patrimonio alla quale ambedue pretendessero aver diritto, ma, al contrario, pel fatto che tutto un indirizzo di ricerche, a cui Leibniz attese con particolare persistenza e predilezione, ottenendovi risultati che egli riguardava come di fondamentale importanza scientifica e filosofica, venne ugualmente negletto tanto dai matematici, che lo reputavano estraneo al loro dominio e di pertinenza della « filosofia », quanto dai cultori di quest'ultima che non vi potevano accedere per mancanza della necessaria preparazione matematica.

È così che la maggior parte degli scritti di Leibnitz, che si riferiscono ai suoi tentativi di costruire, per le operazioni e le relazioni della logica deduttiva, un algoritmo paragonabile per coerenza ed ef-

Digitized by Google

ficacia a quello dell' algebra, e di estendere in tal modo, anche al di fuori delle scienze matematiche, i vantaggi di quel rigore, di quella precisione, di quella certezza di cui queste sembrano godere il privilegio, giacquero per tanto tempo quasi interamente ignorati e dimenticati, e molti anzi di essi, come ai lettori di questa rivista è già stato appreso da un precedente articolo del Vacca (questo *Bollettino*, T. II, 1899, pag. 113-115) stanno ancora aspettando la loro integrale pubblicazione.

Il Couturat, che a questa sta ora appunto attendendo, ha dedicato frattanto il presente volume ad un' esposizione ordinata e a un' analisi critica del contenuto di tali scritti, mettendoli in relazione cogli altri, ad essi affini, che già figuravano nelle edizioni delle opere filosofiche e matematiche di Leibniz.

La difficoltà di includere, nel breve giro d' una recensione, un resoconto completo delle varie forme e fasi attraverso alle quali il Conturat ci mostra essere passate le speculazioni di Leibniz sulla logica, mi consiglia a limitare il presente cenno bibliografico a un indicazione sommaria delle principali idee direttrici alle quali esse sembrano riattaccarsi, e di cui esse rappresentano il graduale svolgimento.

È da notare anzitutto come il procedimento deduttivo era concepito da Leibniz come costituito esssenzialmente dal trasformare una proposizione in un' altra sostituendo, in essa, all' uno o all' altro dei suoi termini, la sua definizione (*demonstrare, mihi, nihil aliud est quam, resolvendo terminos propositionis et pro definito definitionem aut ejus partem substituendo, ostendere etc.* De libertate, V. Couturat pag. 208).

Ora egli, contrariamente all' opinione espressa da Pascal nel suo celebre saggio « De l'esprit géometrique » (il quale sembra aver esercitato un potente influsso sullo sviluppo delle idee di Leibniz sulla logica), contrariamente, cioè, all' opinione che ogni ragionamento deduttivo non potesse a meno che dipendere, in ultima analisi, da qualche proposizione non dimostrata, riteneva che nessun sistema di deduzioni potesse considerarsi, come perfetto e rigoroso fintantochè tra le sue premesse figurassero delle proporzioni (assiomi, postulati) non riducibili alla forma di semplici definizioni (*seu prepositiones identicae*, cioè proposizioni *analitiche* nel senso dato poi da Kant a questa parola).

A questa opinione egli sembra esser stato indotto, o meglio *forzato*, dalla considerazione che, in caso contrario, le ulteriori proposizioni che, in aggiunta alle definizioni, si sarebbero dovute introdurre come premesse del sistema deduttivo in questione, non essendo « vere per definizione », non avrebbero potuto, a suo parere, aver altro fondamento che l' induzione, onde l'ammetterle fra le premesse avrebbe portato a dover qualificare come illusorio e insussistente quel carattere di par-

Digitized by Google

ticolare certezza e « necessità », che gli sembrava competere alle conclusioni ottenute per pura deduzione, di fronte a quelle basate dalla semplice comparazione, o generalizzazione, dei dati dell'esperienza (*Axiomata demonstrabilia esse pro certo habeo: unde enim constat nobis de eorum veritate? non, opinor, ex inductione: ita enim omnes scientiae redderentur empiricae.* Ibid).

L'idea che la suddetta particolare certezza e « necessità » competesse, non agli assiomi presi per se stessi, o alle conclusioni da essi dedotte, ma invece alla connessione logica fra gli uni e le altre, (connessione che non permette di *supporre* la verità degli assioni senza essere condotti « necessariamente » ad ammettere anche quella delle conclusioni) non era mancata di presentarsi a Leibniz (1), come era naturale, ma non gli era potuta sembrare atta a risolvere la difficoltà, in quanto gli sembrava che la perfetta arbitrarietà che si sarebbe in tal modo venuti ad attribuire alle premesse fondamentali d'un dato sistema di deduzioni, ripercotendosi inevitalmente anche sulle conclusioni, avrebbe tolto ad esse ogni garanzia non solo di certezza ma anche di verità.

La verità delle conclusioni dovendo, a suo parere, consistere, non tanto nella loro conformità a date supposizioni arbitrarie, quanto piuttosto nella conformità tra le relazioni asserite e le relazioni effettivamente esistenti tra le cose di cui si parla (*proportio quaedam inter characteres et res*), non gli sembrava poter risultare se non dal fatto che le proposizioni primitive, poste a base della trattazione, pure contenendo, o presupponendo, delle convenzioni arbitrarie sull'uso o sul senso delle parole o dei simboli (*quamquam supponant aliquos characteres imo aliquando de ipsis characteribus loquantur*), contenessero anche qualche asserzione « vera in se stessa », e non dipendente da alcun nostro arbitrio (*perpetuum semperque verum sine ullo arbitrio nostro*).

Per conciliar questa sua conclusione coll'altra, già da lui precedentemente annessa, secondo la quale l'unica base indispensabile d'un sistema rigorosamente deduttivo era costituita da una serie di definizioni, a Leibniz non restava che un solo mezzo disponibile, quello cioè di negare che le definizioni fossero, tutte o sempre, proposizioni puramente arbitrarie.

A fargli parere plausibile una tale opinione concorreva anche la considerazione del procedimento, costantemente seguito da Euclide e dagli altri geometri antichi, di far precedere, o seguire, ogni nuova

(1) Etsi propositiones quaedam pro arbitrio assumantur, inde tamen oritur veritas minime arbitraria; saltem enim verum est, positis istis definitionibus oriri conclusiones, sive, quod idem est, connexio inter conclusiones sive theoremata et definitiones, sive hypotheses arbitrarias est absolute vera. (Couturat pag. 107).

Digitized by Google

definizione da ragionamenti diretti a provare la « costruibilità » della figura corrispondente, ed egli si propose anzitutto di indagare quali fossero le condizioni e le limitazioni che, da una tale esigenza, venivano ad essere imposte alla seclta ed all' arbitrarietà delle definizioni.

Tra queste condizioni la prima che si presentava era quella di non contenere alcuna contradizione in termini (*contradictio in adiecto*); « *nam de impossibilibus seu contradictionem involventibus, etiam contradictoria possunt demonstrari* » *Meditationes* 1684 Cap. Couturat pag. 195).

Ma l' assenza di contradizioni esplicite non poteva certamente bastare a stabilire, per questo riguardo, la legittimità d' un definizione, poichè ve ne potevano essere di quelle che, pur non contenendo alcun accoppiamento di termini direttamente contradittorî, presentassero delle contraddizioni « latenti » (*virtuales*), pel fatto che non tutte le nozioni complesse in esse contenute fossero state analizzate in modo sufficiente per mettere in rilievo le contraddizioni e le incompatibilità, eventualmente sussistenti tra le nozioni che esse implicavano.

Una tale decomposizione e analisi delle nozioni era dunque da considerarsi come la prima condizione per la costituzione d' un sistema di deduzioni perfettamente rigoroso in qualsiasi campo di ricerca.

Ma questa analisi poteva essa essere sempre effettuata e condotta a termine mediante un numero finito di decomposizioni? E, in ogni modo, qual era il criterio per decidere, in ciascun dato caso, se essa fosse stata spinta fino a un punto sufficiente a garantirci dell'assenza di qualsiasi contraddizione « latente »?

Nel rispondere a questa domanda Leibniz sembra essersi lasciato guidare da un' analogia sulla quale egli insiste continuamente e che, come è già stato notato anche dal Vacca, forma un vero *Leitmotiv* delle sue teorie logiche: l' analogia, cioè, tra il sopraindicato processo di riduzione, o analisi, di una nozione complessa nei concetti più semplici che concorrono a costituirla, e il processo aritmetico della decomposizione d' un numero nei suoi fattori primi.

E da questa analogia che egli sembra esser stato indotto ad ammettere che la distinzione tra nozioni « semplici » e nozioni « composte », come quella tra numeri primi e numeri non primi, fosse qualche cosa di sussistente « in sè » indipendentemente cioè da ogni nostra convenzione od arbitrio, contrariamente a ciò che ritiene ora la logica matematica, secondo la quale il designare una nozione come « semplice » o « primitiva » senza aggiungere rispetto a qual altra nozione, o sistema di nozioni, s' intenda sussistere tale sua primitività, non può aver più senso che il parlare di moto o di quiete d'un corpo senza indicare a qual punto o sistema di punti s' intenda riferirlo per

Digitized by Google

determinare, o definire, la sua posizione o il suo cambiamento di posizione (1).

La distinzione « assoluta » che egli riteneva così di poter stabilire tra nozioni « primitive » e nozioni « composte » gli dava mezzo di stabilirne un' altra tra le definizioni, a seconda che la nozione in esse definita vi fosse o no completamente decomposta nelle nozioni semplici concorrenti a costituirla. Nel primo caso la definizione veniva da lui qualificata come una definizione « reale » (*definitio realis*, *definitio optimi generis*), nel secondo come una definizione puramente « nominale ». e nel mentre egli ammetteva che le definizioni *nominali* non avessero altro scopo che quello di introdurre opportune abbreviazioni o convenzioni sull'uso o il significato dei termini, egli riteneva, invece, che da una definizione *reale*, pel fatto che in essa il concetto da definire era analizzato fino al punto da escludere che esso contenesse contraddizioni « implicite », si potesse immediatamente concludere che enti ad essa corrispondenti fossero, se non reali, almeno possibili.

Qui conviene notare subito come la conformità, a cui già sopra si alluse, tra il procedimento così indicato da Leibniz per porre in chiaro la « possibilità » d'una data nozione, e quello seguito da Euclide per dimostrare la legittimità delle sue definizioni, cessa di sussistere proprio nel punto che Leibniz riguardava il più importante. Per Euclide infatti la dimostrazione della « possibilità » o costruibilità d'una data figura consiste solo nel far constare come la costruzione di essa non esiga che l'impiego successivo e ricorrente di un certo numero di costruzioni elementari di cui egli ha espressamente postulata l'eseguibilità; mentre al contrario ciò che a Leibniz premeva di provare era che esistessero definizioni per le quali l'esistenza, o la « possibilità », di ciò che definivano, risultasse immediatamente dall' esame dei termini che vi figuravano e dalla constatazione delle loro « compatibilità » (2).

Si deve tuttavia osservare, a sua parziale giustificazione, che Leibniz, pure indicando la risoluzione d' una nozione complessa nei suoi « elementi », come un mezzo ideale e perfetto per decidere della sua « possibilità », non manca tuttavia di soggiungere che, nel caso concreto, l' applicazione d'un tal mezzo, colla sola eccezione di alcuni casi eccezionalmente semplici, quali, in primo luogo, le nozioni dell' aritmetica, è assolutamente inattuabile, e ciò, non tanto a causa della

(1) Cap. Peano. *Formulaire de mathematiques*, 1901, pag. 7.

(2) Leibniz ammetteva che tutte le nozioni « semplici », non espressamente contraddittorie, dovessero essere compatibili: « Je soutiens que toutes les formes simples sont compatibles entre elles ». (V. lettre à la duchesse Sophie. Couturat a pag. 195, V. anche a pag. 219 nota 2).

Digitized by Google

complicazione di struttura dei concetti apparentemente meno complessi riferentisi al mondo reale, quanto, e specialmente, perchè il numero di « nozioni elementari », dalle cui diverse « combinazioni » tali concetti risultano, è, nella più parte dei casi, così grande da rendere impossibile a qualunque mente umana anche soltanto l'avvicinarsi alle loro analisi « *In veritatibus contingentibus, etsi praedicatum inest subjecto, numquam tamen de eo hoc potest demonstrari, sed resolutio prodit in infinitum, neque unquam ad aequationem, seu identitatem propositio potest revocari. Itaque, si qua veritas constat, per experientiam constat quia demonstrationem dare non possumus. Quae est causa quod Deus solus veritates contingentes a priori cognoscit earumque infallibilitatem aliter quam experimentis videt.* Conturat pag. 121) ».

Dal che egli conclude che, per distinguere le definizioni « reali » da quelle puramente « nominali », è necessario praticamente ricorrere a qualche altro mezzo che non sia la sopra indicata analisi delle nozioni, e quest'altro mezzo è il ricorso diretto all'esperienza, cioè alla diretta constatazione dell'esistenza di oggetti corrispondenti alla nozione che si tratta di definire.

Poichè, come Leibniz soggiunge, avvicinandosi in questo punto più che in qualunque altro alla soluzione della difficoltà contro cui lottava, l'esistenza d'uua cosa implica « a fortiori » la sua « possibilità ».

Basta ravvicinare questa asserzione all'altra (Nouveaux Essais IV 17), pure riportata dal Couturat, nella quale Leibniz afferma che « il y a un art de choisir des *exemples* qui ne se trouveraient vrais si la consequence n'etait pas bonne », per farsi un'idea di quanto egli fosse vicino a prender possesso dell'idea, tanto importante per i progressi dell'*ars characteristica* da lui vagheggiata, che cioè per accertarsi che un dato sistema di asserzioni, che si vuole porre a base di un sistema deduttivo, non contenga alcuna contraddizione diretta o indiretta, basta trovare, o determinare, degli *esempi* per i quali esse contemporaneamente si verifichino.

Egli ammette del resto che, quando una definizione o un sistema di definizioni è stato assoggettato a questa prova, nulla occorre di più per garantire la legittimità delle conclusioni che ne derivano e per giustificare, almeno provvisoriamente, l'applicazione ad esso di processi deduttivi.

E a tale riguardo egli anzi loda i geometri Greci di non avere atteso, per innalzare il loro edificio, il raggiungimento d'un'analisi assolutamente completa dei concetti da essi adoperati: « *nam si voluissent differre theorematum ant problematum inventiones dum omnia axiomata et postulata demonstrata fuissent, fortasse nullam hodie geometriam haberemus* ».

Digitized by Google

Se non che, pur concedendo che per la costituzinne d' una scienza rigorosamente deduttiva non è necessario che l' analisi dei concetti, di cui essa fa uso, sia spinta fino al più estremo limite *(ad perfectas demonstrationes veritatum non reqüiri perfectos conceptus rerum)*, egli non cessa dal considerare come non « imperfezione » il fatto che, in un sistema deduttivo, figurino tra le proposizioni primitive delle asserzioni che, senza essere definizioni o parti di definizione, sono ammesse senza dimostrazione in virtù d' una pretesa o reale loro evidenza.

E, contro Cartesio e Pascal che appoggiavano appunto al criterio, secondo lui fallace ed illusorio, dell' evidenza intuitiva la scelta delle proposizioni da assumere come non bisognevoli di dimostrazione, egli afferma altamente che per lui (*chez moi*) « cette soin de demontrer les axiomes est un des plus importants points de l'art d'inventer » (1), chiamando in proprio sussidio anche l' opinione dei Geometri greci. *(Idque etiam veteres viderunt unde Apollonius in scriptis de-perditis et Proclus et alii axiomata, ab Euclide assumpta, demostrare sunt conati)*.

Non è qui fuor di proposito osservare che Leibniz, sostenendo in tal modo l' utilità delle indagini critiche sui fondamenti delle scienze deduttive, non ostante che appoggiasse tale sua difesa a idee non del tutto esatte sulla riducibilità di tutti gli assiomi a semplici definizioni o proposizioni identicamente vere, si trovava, di fronte ai suoi avversari, indiscutibilmente da parte della ragione. La sua persuasione, del resto, della sufficienza delle « definizioni » a servire di base esclusiva a un sistema rigoroso di deduzioni, dipendeva solo dal fatto che egli, come vedemmo, classificava tra le « definizioni » anche quelle proposizioni nelle quali, alla « definizione » propriamente detta, cioè alla determinazione convenzionale del senso d' una parola, o d' un gruppo di parole, si accompagnava qualche constatazione, o ipotesi, relativa alla « possibilità » o realtà della cosa definita.

Credere che tale constatazione, o ipotesi, cambiasse natura pel fatto di essere inclusa nella definizione, invece di essere enunciata separatamente, costituiva un' illusione da paragonare a quella del contadino che, tragittando in barca, credeva di diminuire questa del peso del suo bagaglio, caricandoselo sulle ginocchia.

D' altra parte l' entusiasmo del quale la suddetta persuasione, e l' altra, ad essa connessa, dell' esistenza di nozioni « assolutamente » come possibile la costituzione d'un « *Alphabetum cognitionum huma-*

(1) Optima methodus perveniendi ad analysin notionum a posteriori est quaerere demonstrationes propositionum maxime axiomaticarum, quae videntur aliis per se notae.

Digitized by Google

elementari ed indecomponibili, animarono Leibniz, presentandogli *narum* » atto a fornire, per ciascuna cosa od oggetto assegnabile, una definizione tale da permettere la dimostrazione di tutte le sue proprietà (« allo stesso modo come i geometri deducono tutte le proprieta d'una curva dalla sua equazione »), e l'impulso che dall'idea stessa egli derivò, da un lato per le sue ricerche relative alla costituzione d'un linguaggio scientifico perfetto atto a servire di strumento per le comuuicazioni internazionali, e dall'altro lato per spingersi innanzi nell'analisi dei metodi e dei principi dell'algebra e della geometria e per gettare le basi di due nuovi rami di scienza: il calcolo geometrico e la logica matematica, ci inducono a paragonare il suo errore, se pure fu tale, a quello del vignainolo che, persuaso dal padre morente che nella sua vigna si trovava nascosto un tesoro, si diede a scavarne e rivoltarne la terra e trovò cosi, nell'accresciuta fecondità di essa, dei tesori ben più grandi di quelli che aveva vanamente sperato di trovare in fondo ai suoi scavi.

L'opera del Couturat ci mostra come, tra tali tesori, molti ve ne siano ancora che stanno attendendo competenti estimatori, e che molte delle più geniali idee di Leibniz sul soggetto da lui prediletto, cioè la logica e quella che ora si chiama la « teoria della conoscenza », cominciano solo ora a germinare e a dar segno della loro fecondità.

Nessun fatto più di questo può servire a far testimonianza dell'alto posto che spetta al Leibniz nella gerarchia di quegli « spiriti magni » che dallo Schopenhauer sono paragonati a quelle stelle fisse tanto lontane dalla terra che i loro raggi esigono serie di anni o di secoli per arrivare ad essa.

G. Vailati.

Vorlesungen über Mathematik von L. Kronecker. *Herausgegeöen unter Mitwirkung einer von der K. Preusslichen Akademie der Wissenschaften eingesetzten Kommission. In Zwei Teilen.* II. Teil. *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik. Bearbeitet und herausgegeben von* K. Hensel. I. Abschnitt. *Vorlesungen über Zahlentheorie.* I *Band.* Mit. 7 Figuren im Text. Leipzig, Teubner, 1901, 8.°, p. xvi + 509 [Prezzo Mk. 18].

Mentre la scienza geometrica, come oggi la si intende, ha le proprie radici nelle opere che la Grecia ci ha tramandate, l'aritmetica teorica è di origine assai più moderna, non potendo in alcun modo considerarsi come fondamentale la raccolta (pure pregevolissima) di problemi di analisi determinata ed indeterminata recante il nome di Diofanto alessandrino. Ma se questa non fu *base* di una teoria, fu

Digitized by Google

stimolo potentissimo alla ricerca di nuovi veri, chè gli è appunto meditando su di essa che Fermat fu indotto a scoprire le bellissime proposizioni che inducono a porlo fra i genì creatori e che eccitarono valentuomini quali Lagrange ed Eulero ad occuparsi, non senza ottimi risultati, di investigare le prerogative di cui godono i numeri della serie naturale. Così si vennero man mano adunando gli elementi costitutivi della nuova disciplina a cui Gauss era chiamato a porgere uno stabile assetto con le immortali sue *Disquisitiones arithmeticae*. Ma se a Gauss nessuno contesta di avere elevata a vera scienza la teoria dei numeri, al Dirichlet appartiene il merito immenso ed indiscutibile di averla fornita di sicuri metodi di ricerca, introducendovi la feconda idea di limite. Discepolo e continuatore del Dirichlet, Kronecker ha fatto ancor più, applicando cioè all' aritmetica i più raffinati metodi dell' analisi moderna ed allargandone il dominio sì da abbracciare la teoria delle funzioni algebriche razionali intere. L' importanza di questo ampliamento dell' antica disciplina è nota a chiunque abbia tenuto dietro alla serie numerosa e brillante delle pubblicazioni del Kronecker; come in conseguenza subisse una completa trasfigurazione tutta l' antica teoria dei numeri era finora pienamente noto soltanto agli immediati discepoli del sommo analista Tedesco, ma ora, grazie all' iniziativa sommamente encomiabile dell' Accademia di Berlino, egli potrà d'ora innanzi trovare ammiratori ed interpreti in tutto il mondo civile. L' opera, della quale oggi annunciamo gli inizî, è destinata a essere posta accanto alla *Théorie des nombres* di Legendre, le *Disquisitions arithmeticae* di Gauss e alle *Vorlesungen über Zahlentheorie* di Lejeune-Dirichlet, come quella in cui si rispecchia la quarta delle fasi per cui l' aritmetica teorica è sinora passata nel corso della sua evoluzione storica.

Il volume che ci sta dinnanzi comprende 31 lezioni, divise in cinque sezioni intitolate risp.: *Introduzione.* I. *Divisibilità e cogruenze numeriche.* II. *Il campo di razionalità e la teoria dei sistemi di moduli.* III. *Applicazione dell' analisi a problemi della teoria dei numeri.* IV. *Teoria generale dei resti di potenze e dimostrazione del teorema sulle progressioni aritmetiche.* L' introduzione (in tre lezioni) contiene un riassunto delle principali ricerche sinora compiute sulla serie naturale e delle differenti direzioni in cui procedettero i varî investigatori; nulla di più adatto per svegliare l' interesse del lettore e dell' ascoltatore per i temi svolti nella parte dottrinale dell' opera! Le notizie storiche ivi esposte sono in generale esatte; ci sia lecito però di chiedere su che cosa si fondi l'A. asserendo (p. 12) che i libri superstiti di Diofanto sono i più *importanti* di tutta l' opera e di osservare che le ricerche sopra i *numeri amici* risalgono ad una epoca di molto anteriori a quella di Stifel (p. 25).

Digitized by Google

Nell' impossibilità in cui ci troviamo di esporre partitamente il contenuto del volume che ci sta sott' occhio, vogliamo attrarre l' attenzione dei nostri lettori su due idee generali del Kronecker, l' una delle quali egli ha applicata in più modi, mentre l' altra trovasi tuttora allo stadio embrionale. Secondo la prima una definizione non può dirsi perfetta sino a quando non sia stata posta sotto forma tale da potere riconoscerne l' applicabilità ad un dato ente mediante un numero finito di tentativi; similmente un teorema di esistenza non si può considerare come dimostrato rigorosamente finchè non si assegni in pari tempo un metodo per trovare la cosa di cui si dimostra la esistenza; qualunque definizione o dimostrazione non soddisfacente a tali condizioni è, seguendo il Kronecker, non da rigettarsi come illegittima, ma da porsi nel novero di quelle che aspettano ed esigono un perfezionamento ulteriore. — Secondo l' altra idea del Kronecker, l' aritmetica sarebbe stata sino ad ora studiata troppo dal punto di vista *moltiplicativo*, a scapito di quello *additivo;* in altre parole si considerarono i numeri di preferenza in quanto nascono dal prodotto di altri, mentre sarebbe stato altrettanto lecito e non meno utile il fissare la propria attenzione sopra quelli da cui essi risultano per addizione; le applicazioni fatte dal Kronecker dei sistemi di numerazione a base qualunque sono probabilmente da ritenersi come emanazioni di tale concetto, il quale però sino ad oggi è poco più di un semplice *aperçu* (1).

Notiamo, finendo, che nel preparare questa pubblicazione il Sig. Hensel si è giovato tanto degli appunti fatti dallo stesso Kronecker per le sue lezioni dal 1863-1891, quanto di alcune redazioni più complete fatte saltuariamente da alcuni suoi distinti ascoltatori; quali e quante siano gli sviluppi e le aggiunte originali da lui fatti si desume dalle note che chiudono il volume.

G. L.

L. Schlesinger. *Einführung in die Theorie der Differentialgleichungen mit einer unabängigen Variabeln.* Leipzig, Göschen, 1900. VII-310 p., 8.° [Prezzo del vol. legato Mk. 8].

Questo volume, che è il XIII della « Sammlung Schubert », è destinato ad iniziare gli studiosi nella teoria delle equazioni differenziali ordinarie. A tale scopo l' autore ha creduto opportuno svolgere i me-

(1) A quest' ordine di idee sembra collegarsi l' interessante problema, già due volte ed indarno proposto da E. Lemoine (*Intermédiaire des mathématiciens*), T. II, 1895, p. 13 e T. VIII, 1901, p. 187) di esprimere un numero come somma algebrica del minimo numero possibile di potenza di 2.

Digitized by Google

todi generali soltanto nella loro applicazione a certi casi particolari, scelti però in modo da mettere in luce i tratti caratteristici di quei metodi; sicchè egli non va al di là delle equazioni algebrico-differenziali del 1.° ordine, nè delle equazioni lineari del 2.° ordine. Sebbene noi dubitiamo della convenienza di questo modo di procedere, dobbiamo riconoscere che la lettura del presente volume, scritto con una grande chiarezza che non degenera mai in prolissità, è un' ottima preparazione allo studio di trattati più estesi e più completi.

Premesse le prime definizioni, l' autore mostra (Introduzione) come ogni sistema d' equazioni differenziali ordinarie possa ridursi ad un sistema d' equazioni del 1.° ordine, e stabilisce l' esistenza e l' unicità dell' integrale d' un tale sistema sotto determinate condizioni. L' esempio del pendolo semplice, che conduce alle funzioni ellittiche, dà luogo all' autore di osservare come per istudiare completamente le proprietà degli integrali delle equazioni differenziali si debbano far prendere alla variabile indipendente valori, non solo reali, ma anche complessi. Egli passa pertanto (Cap. 1) a considerare le equazioni differenziali sotto questo nuovo punto di vista, e sviluppa il teorema dell' esistenza dell' integrale secondo Cauchy; esamina poi le singolarità degli integrali, e le distingue in fisse e mobili. Tra le equazioni del primo ordine in cui y' è funzione razionale di x, y, la sola senza singolarità mobili è l' equazione di Riccati; studiato (C. 2) l' integrale di questa equazione, tanto nel caso generale come nei varî casi speciali in cui essa si riduce ad un' equazione lineare non omogenea od omogenea del 2.° ordine, si mostra che essa è trasformabile in un' equazione lineare del 2.° ordine, e che reciprocamente da ogni equazione di di tal natura può ottenersi un' equazione di Riccati. Qui l' autore sviluppa (C. 2-3), per l' equazione lineare del 2.° ordine, la teoria di Fuchs, poi trasporta i risultati ottenuti all' equazione di Riccati, e fa vedere come alcuni di questi sussistano anche per equazioni del 1.° ordine assai più generali. Segue l'applicazione all'equazione di Cauchy ed a quella di Riemann, e, più estesamente, all' equazione ipergeometrica (C. 4), di cui un caso speciale è l' equazione differenziale delle funzioni sferiche.

Rimangono ora da considerarsi le equazioni i cui integrali hanno punti di indeterminazione (C. 5); qui compaiono serie generalmente divergenti, ma delle quali si può trar partito mercè il concetto di rappresentazione asintotica, dovuto a Poincaré. La teoria viene applicata all' equazione di Laplace ed a quella di Bessel. Si passa poi dall' equazione lineare omogenea a quella completa (C. 6); e finalmente si studiano le equazioni algebrico-differenziali del 1.° ordine non lineari rispetto ad y' (C. 7), considerando particolarmente (C. 8) il caso in cui la relazione algebrica tra y ed y' è di genere 0, 1 o 2. L' autore

Digitized by Google

conclude coll'indicare quali dei risultati esposti sieno estendibili ad equazioni più generali, quali invece non sieno per ora suscettibili di una tale estensione.

G. VIVANTI.

L. MASCHERONI. *La Geometria del Compasso* (*Nuova edizione*). Palermo, Prem. Casa ed. « Era nova ». 1901, 8.°, pag. XVI + 152 [Prezzo L. 2].

Recenti investigazioni intorno agli strumenti che si possono adoperare per eseguire le costruzioni geometriche ed al valore relativo che essi posseggono, hanno richiamata l'attenzione degli studiosi sopra la *Geometria del compasso* di Lorenzo Mascheroni. E poichè avere quest'opera a propria disposizione è ormai un privilegio di pochi eletti, così fu ottima l'idea del Prof. Fazzari di promuovere e curare la nuova edizione che oggi annunciamo. Il prezzo modesto con cui essa è posta in vendita rende possibile a tutti il procurarsela e quindi assicurarsi una vera gioja intellettuale, quale è quella che produce la lettura delle opere seriamente pensate ed accuratissimamente scritte. Il concetto fondamentale della geometria del compasso è troppo noto per avere bisogno di venire qui richiamato; meno noto è che nelle costruzioni esposte dal Mascheroni fungono da noccioli, da fulcri, quasi da sostegni alcuni punti notevoli, collegati a qualsia cerchio, e la cui esistenza era dianzi rimasta ignota. Che poi il metodo di cui è parola estenda il proprio dominio su tutta la geometria emerge dall'esame dalle svariate, eleganti ed importantissime applicazioni che l'autore ne espone; dalle quali si trae il convincimento che non a torto egli vantava l'esattezza ed il potere del « curvo giro del fedel compasso ». Cresce pregio alla nuova edizione un'introduzione bio-bibliografica concernente il Mascheroni, coscienziosamente redatta dal Prof. Fazzari.

G. L.

F. MÜLLER. *Vocabulaire mathématique français allemand et allemand-français contenant les termes techniques employés dans les mathématiques pures et appliquées. Mathematisches Vocabularium Französisch-deutsch und Deutsch-französich euthaltend die Kunstausdrücke aus der reinen und angewandten Mathematik. Zweite Hälfte.* Leipzig, Teubner, 1901, p. IV-XIV + 133-316 [Prezzo Mk. 11,50].

Quale sia il piano e quali gl'intenti dell'opera, di cui annunciamo con vivo compiacimento il secondo ed ultimo fascicolo, è già noto ai nostri lettori (v. questo *Bollettino*, T. III, 1900, p. 92-96 e T. IV,

Digitized by Google

1901, p. 13). La parte testè uscita è più considerevole della precedente a cagione specialmente della natura della lingua tedesca, che consente l'introduzione — e perfino la creazione — di nuovi vocaboli, quando ciò sia consigliato dal desiderio di raggiungere concisione e chiarezza. Essa di più contiene correzioni ed aggiunte alla prima parte.

« Les travaux lexicographiques n'ont point de fin », disse il Littré ed ha opportunamente ricordato il nostro autore nella prefazione speciale alla seconda parte dell'opera sua. Incoraggiato da questo tacito invito ad ajutarlo, segnaliamo alcune piccole inesattezze che notammo in una rapida scorsa di essa:

P. 159. Il nome *convoluta* venne solo « richiamato in uso » dal Sylvester.

P. 164. Le curve di Lissajous non sono sempre trascendenti; tanto vero che ne vennero determinate le caratteristiche plückeriane nel caso in cui sono algebriche (v. *Mathem. Annalen*, T. VIII).

P. 166. Le strofoidali sono curve non trascendenti, ma del terz' ordine.

P. 179. La Galande (non Galente) non differisce dalla foglia (non dall' ovale) di Cartesio.

P. 201. Importa dichiarare che il nome di *géométrie de direction* è stato adoperato da P. Serret e da E. Laguerre in significati totalmente diversi.

P. 240. La nozione di *mediale* risale ad Euclide, non soltanto a Stiefel.

P. 246. La *nefroide* è una curva, non trascendente, ma del sest' ordine.

P. 250. Il problema che l'autore chiama d'Ottajani, è quello che risolse Annibale Giordano, nativo di Ottajano.

P. 254. Io ho cercato indarno nelle opere di Cayley una *curva* recante il nome di Pfaff.

P. 278. La proposizione che dà il numero delle soluzioni d'un' equazione indeterminata lineare appartiene a Paoli, non a de Paolis.

P. 283. La *Spinnenline* del Dürer è una particolare epicicloide.

P. 302. La versiera e la visiera sono due curve distinte (v. *Bibliotheca mathematica* 1897).

Raccomandiamo ancora all'autore le aggiunte seguenti:

Autotomic curves (curve con punti doppi) secondo A. Basset (Nature, T. 62, 1900, p. 572).

Séries syntagmatiques (Cauchy. C. R. T. XX, p. 328).

Funzioni biarmoniche, triarmoniche, n-armoniche o poliarmoniche (Almansi, Atti di Torino 1898, e Rendiconti di Palermo, 1899).

Cœur: v. Varignon, Mém. de Paris, 1693.

Digitized by Google

Hypobibasme; v. Ozanam, *Dictionaire des mathématiques* (Paris, 1691), p. 54.

Ligne d'évolution (sinonimo di evoluta: id. p. 97).

Campylographe; v. Dechevrens, C. R. T. CXX, 1900.

Fototopografia: cfr. il recente Manuale Hoepli di F. Paganini, *Fotogrammetria* (Milano, 1901).

Étoile de Milttag - Leffler, e altri termini tecnici relativi alla teoria delle serie divergenti (Borel, *Leçons sur les séries divergentes*, Paris, 1901, p. 74, 75, 96, 97, 98, 126).

G. L.

R. KLIMPERT. *Storia della geometria, ad uso dei dilettanti di matematica e degli alunni delle scuole secondarie. Traduzione dal Tedesco autorizzata dall' autore. con note ed aggiunte di* PASQUALE FANTASIA. Bari, G. Laterza, 1901. 8.°, p. 324 + X [Prezzo L. 4].

« Mancava.... in Italia », osserva il Prof. Fantasia, « una succinta storia della Geometria, che, esposta con forma anedottica ed elementare, senza venir meno al rigore scientifico, riuscisse istruttiva e ad un tempo dilettevole, specialmente per i giovani studiosi di matematica delle nostre scuole secondarie ». Egli quindi si accinse alla traduzione di quest' operetta, che gli sembrò rispondesse nel miglior modo allo scopo, facendovi numerose aggiunte, attinte alle fonti che egli giudicò più degne di fede. Tali aggiunte sono così numerose ed importanti che il libro del Klimpert subì per effetto di esse una radicale trasformazione; è tuttora una specie di antologia coordinata della storia delle matematiche, ma non è più un volume specialmente destinato a dilettevoli; è invece uno scritto a cui potranno ricorrere utilmente gli studenti di tutte le scuole secondarie ed universitarie. Benchè tali aggiunte non sempre si connettano perfettamente col testo e presentino ineguaglianze ed imperfezioni, pure tale è somma di notizie importanti che contengono da far meritare al Prof. Fantasia molta lode per essersi sobbarcato alla non lieve fatica di compilarle. Ma poichè l' opera che annunciamo è rivolta a persone che non hanno sempre sufficiente coltura per discernere in essa il buono dal cattivo, il vero dal falso, così crediamo dovere nostro il segnalare alcuni punti in cui l' autore od il traduttore incorsero in asserzioni che si scostano dalle opinioni generalmente accettate.

Pag. 12. Dei cinque poliedri regolari rimasero ignoti agli Egiziani il dodecacedro e l' *iscosaedro;* cfr. pag. 30 e pag. 43 (chiusa).

P. 33. Di dove l' autore trasse la notizia che i Pitagorici sapessero risolvere il problema (indeterminato) di calcolare l' aver di un poligono di dati lati?

Digitized by Google

P. 54. Che i Pitagorici apponessero il pentagono stellato (il quale era notoriamente per essi un segno di riconoscimento) *alla sopraccarta delle lettere*, è un'asserzione in cui si trova un anacronismo così patente da far sorridere più di un lettore.

P. 59. « .... curva trascendente (che supera cioè il sensibile od i limiti dell'esperienza) ».....?!

P. 62. linea 5; invece di *cono* si legge *prisma*.

P. 69. Dei cosidetti XIV e XV Libri degli *Elementi di Euclide*, soltanto il primo appartiene ad Ipsicle.

P. 77-78. L'epiteto *d'esaustione* appartiene non ad un teorema ma ad un metodo.

P. 80 e 87. Fra le edizioni moderne di Euclide ed Archimede le più pregiate sono oggi quelle dell'Heiberg.

P. 87. Non esiste più alcuna opera di Archimede sopra gli specchi ustorî.

P. 94. L'autore sembra ignorare essere stata omai dimostrata l'impossibilità di eseguire la quadratura del circolo con mezzi algebrici.

P. 99. L'iperboloide *a una falda* ed il paraboloide *iperbolico* non vennero considerati nè da Archimede, nè da alcuno degli antichi geometri.

P. 149. La formola generale per la costruzione dei triangoli rettangoli in numeri si trova già nel X Libro degli *Elementi* di Euclide.

P. 193, linea 3-5. « Due triangoli equivalenti che abbiano la stessa base stanno fra loro come le altezze, e viceversa le basi di due triangoli equivalenti stanno come le altezze ».....??

P. 206. Indagini recenti dimostrarono errato il fare risalire a Pappo la geometria con una sola apertura di compasso.

P. 211. Luca Paciuolo indica col nome *divina proporzione*, non la divisione armonica, ma la divisione in media ed estrema ragione.

P. 234. Leggasi Auria invece di Aceria.

P. 238, nota [3]. L'ordine religioso a cui apparteneva B. Cavalieri è quello dei Gesuati, non dei Gesuiti, ed il suo predecessore nell'Università di Bologna è il Magini.

P. 246. L'asserzione che Torricelli sia morto di cordoglio, in conseguenza delle note sue dispute col Roberval, contraddice all'opinione di uno dei più diligenti fra i biografi del sovrano discepolo di Galileo, secondo la quale questi sarebbe morto per una « fiera pleurisia » (Ghinassi, *Vita di E. Torricelli*. Faenza, 1864, p. xxx).

P. 253. Qual numero porta, nel VI Libro delle *Coniche* d'Apollonio, il teorema « la figura omotetica di una conica è un'altra conica »?

P. 262. Fra coloro che scopersero la rettificabilità della parabola semicubica va nominato anche Fermat.

Digitized by Google

P. 264, linee 2-3 dal basso. L'evolvente di qualunque curva piana è una linea a corvatura costante?

P. 276. Lo scopritore del teorema correlativo a quello del Menelao è Giovanni non Tommaso Ceva.

P. 282. Giacomo Bernoulli introdusse la lemniscata unicamente come un ausiliare per lo studio di un problema meccanico e la definì mediante l'equazione $xx + yy = a\sqrt{xx - yy}$. L'essere tale curva caso speciale dell'elisse di Cassini rimase ignoto per molto tempo (lo prova, a tacer d'altro, l'articolo *Lemniscate* scritto dal d'Alembert per l'*Encyclopédie méthodique*) e fu avvertito, se non prima, nel 1782 da P. Ferroni e nel 1806 da G. Saladini.

P. 284, nota [1]. È ivi stranamente confuso e mescolato il problema delle trajettorie di un sistema di curve piane con la ricerca delle geodetiche di una superficie, ed è attribuito il nome di *linee a doppia curvatura* a queste ultime soltanto, mentre appartiene a tutte le linee sghembe.

P. 291, linea 3.ª Invece di *perpendicolare* si legge *parallela.*

P. 295. I nostri lettori sanno che la versiera non venne inventata da Maria Gaetana Agnesi (v. *Bollettino*, IV, 1901, p. 33).

P. 297, linea 13.ª dal basso. Ogni quadrilatero (sottinteso *semplice*) non è forse inscritto in una sfera?

G. L.

G. Veronese. *Nozioni elementari di geometria intuitiva ad uso dei Ginnasi inferiori.* Verona-Padova, Drucker, 1901, 8.° p. VIII + 80 [Prezzo L. una].

Benchè dal piano generale del nostro *Bollettino* sia esclusa l'analisi delle opere aventi carattere esclusivamente didattico, pure crediamo opportuno annunciare questo libro con cui il ch.^mo^ Professore nell'Università di Padova, volle svolgere il recente programma di geometria pel Ginnasio inferiore, in base alle idee di cui da tempo egli si è fatto apostolo e ad altre che da questa nuova pubblicazione si apprendono. Il giudizio in ultima istanza sopra questa, come su qualsia opera didattica, è riserbato ai professori che lo sceglieranno come libro di testo.

G. L.

D. Zoel Garcia de Galdeano. *Estudios de Critica y Pedagogia Matematicas.* Zaragoza, C. Ariño, 1900, 8.°, p. 152 [Prezzo 4 pesetas].

Questa nuova opera del dotto professore dell'Università di Saragozza consta di due parti distinte.

La prima contiene una rassegna delle principali teorie e dei più

Digitized by Google

importanti problemi della Matematica moderna. Premesse alcune osservazioni sopra i concetti fondamentali di tale scienza, l'A. tratta in diciotto capitoli i temi seguenti: I. Scienza reale e scienza ideale. II. Formazione dei concetti matematici. III. Enumerazione dei concetti. IV. Necessità e scopo della critica matematica. V. La critica nell'Aritmetica. VI. La critica nella Geometria. VII. La critica nell'Algebra. VIII. L'algebra della logica. IX. La critica nella Geometria analitica. X. Geometria numerativa. XI Critica della teoria delle funzioni. XII. Geometria cinematica. XIII. Geometria differenziale. XIV. Teoria dei gruppi di trasformazione. XV. Il concetto d'immaginario. XVI. L'infinito in matematica. XVII. L'unificazione dei concetti. XVIII. Riassunto.

Nella seconda parte l'A. espone un certo numero di nozioni pedagogiche; e precisamente anzitutto alcune generalità su l'educazione e l'istruzione, poi alcune nozioni sopra l'insegnamento della matematica e finalmente varie osservazioni sopra i gradi d'insegnamento. Allo scritto del prof. Galdeano — specialmente in grazia di ciò che contiene la I. Parte di esso — faranno buon viso tutti coloro che amano, di quando in quando, abbandonare le investigazioni speciali, per contemplare nella loro connessione e dipendenza le varie diramazioni della Scienza matematica.

G. L.

Bertrand A. Russell. *Essai sur les fondéments de la géométrie.* Traduction par A. Cadenat, revue et annotée par l'auteur et par L. Couturat. Paris, Gauthier-Villars, 1901, 8.° gr., p. IX + 274 [Prezzo].

È la versione francese di una pregevole opera che i nostri lettori già conoscono (v. *Bollettino*, T. I, 1898, p. 16-18); l'A. vi ha apportato quà e là dei ritocchi che la resero migliore, tenendo conto delle osservazioni che erano state fatte all'originale. Più ancora di siffatte migliorie, ciò che farà preferire da molti matematici la tradizione del lavoro inglese è il *Lessico filosofico*, di cui l'ha corredata il Sig. Couturat: egli ha così reso un vero servigio ai cultori delle scienze esatte che non hanno famigliarità con il linguaggio proprio dai discepoli di Kant e Spencer.

G. L.

A. Capelli. *Lezioni sulla teoria delle forme algebriche* (litogr.). Napoli, B. Pellerano, 8.°, p. VIII + 295 [Prezzo L. 10].

« La teoria delle forme algebriche » avverte l'egregio Autore nell'esordio di questa sua nuova pubblicazione, « vanta già parecchie

Digitized by Google

opere, alcune delle quali eccellenti, che trattano abbastanza distesamente di varie speciali categorie di forme. E particolarmente la teoria delle forme binarie si trova in esse già svolta in modo quasi completo; cosicchè ben poco di più potrebbe desiderarsi allo stato attuale di questo ramo dell'algebra. Lo stesso non sembra potersi dire della teoria generale, per la quale lo studioso non può oggidì esimersi dalla consultazione, non sempre agevole delle memorie originali. A colmare, almeno in parte, questa lacuna è inteso il presente volume »; e nessuno meglio del Prof. Capelli poteva dirsi preparato a farlo. Sia dunque il ben venuto questo nuovo numero del catalogo, sempre crescente, di opere didattiche italiane sulle matematiche superiori; possa esso diffondere fra noi la conoscenza di una teoria, a cui l'Hilbert ha dato di recente una nuova orientazione, a renderne più cultori meno scarsi e più operosi.

G. L.

C. Beyel. *Darstellende Geometrie. Mit einer Sammlung von Dispositionen zu Aufgaben der darstellenden Geometrie. Mit einer Tafel.* 8.°, p. XII + 187. Leipzig, Teubner, 1901. [Prezzo del vol. leg. Mk. 3,60].

« La geometria descrittiva, come qualunque lingua straniera, non s'impara dai libri ma dalla viva voce del maestro »; tale è l'opinione dell'autore. Il quale quindi, invece di scrivere un vero trattato di quella scienza, ha creduto opportuno limitarsi a comporre uno di quelli che, con la nomenclatura avente corso in Francia, si direbbe *livre du maître*. Non lunghe spiegazioni, ma semplice tracce; non figure, la cui delineazione è riserbata al discepolo con la scorta del maestro, ma una sola tavola di figure schematiche; non lunghe considerazioni teoriche, ma una grande quantità di *problemi con dati numerici* (1), destinati a dar materia ad esercizî differenti per ciascun allievo. L'opera del Beyel, ha un fine modesto, ma può dirsi lo raggiunge; e, qualunque sia l'opinione che si nutra intorno al principio fondamentale a cui essa deve la vita, riuscirà di gran profitto agli insegnanti di Geometria descrittiva, ai quali essa si rivolge; tanto più che è frutto di lunghe e coscienziose esperienze fatte dall'autore stesso, da tempo docente nel Politecnico di Zurigo.

G. L.

(1) È possibile parlare di *problemi numerici* supponendo (come fa l'autore) di riferire tutte le figure ad un sistema di coordinate avente per piani di riferimento il piano orizzontale, il piano verticale ed il piano dei profili; allora ogni punto è dato dalle sue coordinate e così ogni piano e ogni retta (ad es.) dalle coordinate delle sue tracce sui piani fissi.

Digitized by Google

E. DUMONTEL. — *Contributo alle ricerche di Woolhouse e di Makeham.* Milano, Tipografia degli Operai, 1901, 8.°, pp. 40.

L' A., professore di Matematica finanziaria nella Scuola Superiore di Commercio di Bari, è dei pochi in Italia che accoppi la conoscenza di rami superiori della matematica colla competenza sulle questioni tecniche di finanza.

In questo suo opuscolo, nel quale egli in parte riassume il contenuto di precedenti scritti, di cui un sunto è stato pubblicato nei *Comptes rendus* dell' Accademia di Francia, egli si propone sopratutto di porre in luce le relazioni che esistono tra il « vitalizio continuo » e il vitalizio annuale, o per frazione d' anno, pel caso che le successive annualità (o mensualità) corrispondenti, invece di essere costanti, come ordinariamente avviene, variino secondo una legge o un periodo prestabilito.

Tale caso è da lui considerato non solo in rapporto a un determinato tasso dell'interesse, sia semplice che composto, ma anche nell' ipotesi d' una legge più generale, implicante una decrescenza continua nel tasso stesso, a partire da un tasso massimo determinato.

I vari modi nei quali tale descrescenza può essere regolata, compatibilmente colla condizione che il montante, coll' aumentare del tempo, non superi un dato multiplo del suo valore iniziale, sono da lui elegantemente dedotti dalla formola generale: $xy + ay + bx + c = o$ (che esprime la corrispondenza univoca fra il tempo x e il valore y assunto alla fine di esso dal montante) determinandone i coefficienti per mezzo delle suenunciate condizioni relative al tasso iniziale e al massimo valore imposto all'accrescimento del montante stesso.

Per calcolare, tanto in questa ipotesi come in quella dell' interesse composto, il valore dei vitalizi, egli rappresenta la legge di sopravvivenza con una funzione razionale intera di 5.° grado, ottenuta con una conveniente interpolazione mediante la formola di Lagrange.

La legge statistica si trova così, secondo l' A., riprodotta con approssimazione non minore di quella fornità dalla formola di Makeham.

Qualche obbiezione potrebbe esser mossa ai risultati ottenuti dall' A. pel fatto che essi, pur essendo interessanti dal lato puramente teorico e matematico, si riferiscono a una legge di variazione nel tasso dell' interesse, affatto ipotetica ed arbitraria, non coincidente, in generale almeno, con ciò che le statistiche o le teorie economiche ci permettono di constatare o prevedere in proposito.

Ma si può osservare per contro come, anche facendo astrazione dai casi in cui l' interesse è soggetto ad essere determinato per legge (per es. nella mancanza di clausole espresse, o quando si tratti di debiti

Digitized by Google

controversi o esorbitanti dai termini imposti dalla prescrizione ecc.), il caso generale considerato dall'A., della fissazione d'un massimo per l'accrescimento del montante, non solo non esclude ma contiene anzi come caso particolare (o « caso limite ») quello ordinario d'un accrescimento indefinito: dimodochè le formole ottenute dall'A., pur discostandosi da quelle effettivamente utilizzabili in pratica, sono tuttavia suscettibili di condurre a queste per un cammino non privo di interesse per il teorico, e di « suggestività » per il finanziere.

G. VAILATI.

G. VIVANTI. *Lezioni sulla teoria degl' integrali abeliani, tenute nella R. Università di Messina e raccolte dagli studenti. Corso dell'anno 1900-1901.* Reggio - Calabria, Litografia Massara, 8.°, p. 302.

Introduzione. Teoria della connessione o *Analysis situs.* Alcune formule relative agli integrali doppi. Teoria delle funzioni di variabili complesse.

Integrali abeliani. Preliminari. Teorema di Abel. Applicazioni e conseguenze. Integrali iperellitici. Inversione degli integrali abeliani. Funzioni abeliane; addizione, moltiplicazione e divisione. Cenni sul problema di Dirichlet e sulle considerazioni fisiche di Klein. Applicazione della teoria delle funzioni abeliane alla teoria delle curve piane, in particolare a quelle degli ordini 3 e 4.

E. CESÀRO. *Vorlesungen über natürliche Geometrie. Autorisierte deutsche Ausgabe von* GERHARD KOWALEWSKI. Mit 48 in den Text gedruckten Figuren. Leipzig, Teubner, 1901, 8.°, p. VII + 341 [Prezzo del Vol. legato Mk. 12].

È la traduzione tedesca della bellissima opera del Cesàro *Lezioni di geometria intrinseca.* Qualche ritocco fatto qua e là dall'autore e un particolareggiato indice per materie redatto dal traduttore, faranno accogliere utilmente la versione che annunciamo anche nelle biblioteche degli studiosi italiani.

G. L.

A. FÖPPL. *Vorlesungen über technische Mechanik.* IV Bd. Dynamik, mit 69 Figuren in Text. 2.e Auflage. Leipzig, B. G. Teubner, 1901, p. XV + 506 [Prezzo del Vol. legato Mk. 12].

Digitized by Google

PROGRAMMI E RIASSUNTI DI CORSI UNIVERSITARI

CORSO DI FISICA MATEMATICA

R. UNIVERSITÀ DI MESSINA

Anno Scolastico 1900-1901

1. Parametri differenziali di 1.° e 2.° ordine; trasformazione in coordinate curvilinee ortogonali. Funzioni armoniche.

2. Lemmi di Gauss e di Green. Teorema di Green; teorema della media di Gauss.

3. Prima e seconda funzione di Green e loro ricerca per uno spazio indefinito limitato da un piano indefinito e per una sfera.

4. Funzione potenziale newtoniana di una materia distribuita in uno spazio a tre dimensioni e sue caratteristiche. Discontinuità delle derivate seconde e formula di Weingarten. Teorema di Dirichlet. Funzione potenziale di un ellissoide omogeneo.

5. Funzione potenziale di uno strato semplice e di un doppio strato e sue caratteristiche.

6. Identità di Gauss. Potenziale mutuo di due sistemi. Teoremi di Gauss e di Neumann sui valori della funzione potenziale in uno spazio vuoto. Problema interno ed esterno di Dirichlet. Sua risoluzione in alcuni casi semplici (cerchio, sfera, ecc.).

7. Principii di elettrostatica. Teoria di Poisson. Distribuzione della elettricità su di una sfera soggetta a forze esterne e su di un ellissoide di rotazione nell'assenza di forze esterne.

8. Propagazione del calore in un corpo isotropo omogeneo. Problema delle temperature stazionarie. Ricerca del potenziale di moto di una massa fluida; fluidi incompressibili. Equazione delle piccole vibrazioni.

9. Il problema di Dirichlet nel piano. Rappresentazione conforme di un piano su di un altro; trasformazione circolare di Möbius. Relazione tra il problema di Dirichlet e la rappresentazione conforme di un'area piana su di un'altra. Esempi varii di rappresentazione conforme di aree piane (area compresa tra due cerchi; triangolo a lati circolari con angoli $\alpha\pi$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$; poligono, ecc.) su di un semipiano o su di un cerchio. Cenno della teoria di Schwarz.

10. Il problema di Dirichlet nello spazio. Teorema di Painlevé. Teorema di Liouville e metodo di trasformazione di Thomson. Riduzione del problema interno all'esterno e del problema interno al problema della distribuzione normale di un conduttore. Funzione normale di una calotta sferica.

Digitized by Google

11. Dimostrazione, secondo Riemann, della possibilità di risolvere il problema di Dirichlet, e critica di questa.

Teoremi varii sulle serie di funzioni armoniche. Teoremi di Volterra e di Harnack.

12. Metodi varii per la risoluzione del problema di Dirichlet. Metodo di Poincaré. *Balayage* interno (esterno) di una sfera. Ricerca della funzione normale di un conduttore qualunque senza punti singolari. Esame dei punti conici. Problema diretto di Dirichlet.

13. Metodo della media di Neumann. Costante di configurazione di una superficie convessa non bistellata. Disuguaglianze di Neumann. Soluzione del problema interno.

14. Determinazione della densità nell' equillibrio elettrico di un conduttore. Metodo di Beer. Equazione funzionale e metodo di Robin.

15. Estensione del metodo di Neumann al caso in cui i valori al contorno ammettono una linea di discontinuità.

Formola di Harnack. Processo alternante di Schwarz. Metodo combinatorio di Neumann.

R. MARCOLONGO.

NECROLOGIO

O. SCHLÖMILCH

Oscar Schlömilch, benemerito fondatore dello *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, nacque a Weimar il 13 Aprile 1823 e morì a Dresda il 7 Febbraio 1901. Dopo avere studiato a Jena, Berlino e Vienna, ottenne la libera docenza a Jena nel 1844. Ivi divenne l'anno seguente professore straordinario e nel 1849 andò a Dresda come Professore di Matematiche superiori e di Meccanica analitica nel R. Politecnico sassone. Dal 1874-1875 occupò un alto ufficio nel Ministero della Pubblica Istruzione, e poi venne collocato a riposo.

La nota forma data dallo Schlömilch al resto della formola di Taylor ne rese popolare il nome nelle nostre scuole. I tedeschi poi attribuiscono a lui il merito sommo di averli, con i suoi ottimi manuali, resi indipendenti dalla Francia, che prima di lui aveva il monopolio dei libri di testo.

Digitized by Google

Ricorderemo di lui due motti che ne caratterizzano le idee didattiche e scientifiche: « I metodi più rigorosi, se intesi a dovere, sono sempre i più naturali ed i più brevi ». « La prevalenza della planimetria è un errore, il tono dev'essere dato invece dalla stereometria. Perciò la geometria descrittiva offre il miglior mezzo - anche pei Ginnasî -, mezzo che è tanto più facile applicare in quanto che i principî di questa esigono proprio un minimo di teorie stereometriche ».

Della ricca collezione di opere a stampa dovute allo Schlömilch, pubblicate nel lungo periodo che va dal 1851 al 1900 (cioè un mezzo secolo!) si trova un elenco accuratissimo in calce al breve necrologio che dell'illustre estinto ha tessuto M. Cantor (*Bibl. mathematica*, 3.ª Serie, 2.° Vol., 1901, 260-281).

NOTIZIE

Biblioteca Scolastica. — S. Ortu-Carboni. *Esercizi di geometria elementare.* Oltre 1350 con razionali avviamenti alle soluzioni. Livorno, R. Giusti, 1901, p. VIII + 170. [Prezzo L. 1]. (È uno dei migliori libri congeneri, a cui è sperabile che maestri e discepoli facciano la buona accoglienza che merita).

Buffa Pietro. *Primo studio della geometria piana per le scuole secondarie inferiori.* Torino, Paravia, 1901, p. XII + 132 [Prezzo L. 2]. (Va notato questo libretto come rappresentante un primo tentativo di introdurre la logica matematica nelle esposizioni più elementari della geometria).

S. Ortu-Carboni. *Nozioni intuitive di geometria elementare*, per il Ginnasio inferiore, la Scuola tecnica e la Scuola complementare. Firenze, Successori Le Monnier, 1901, 8.°, p. VIII + 199 [Prezzo L. 1.75].

A. Conti. *Elementi di aritmetica razionale ad uso degli allievi delle Scuole normali. Con 12 Note di Consigli didattici ed esercizî.* Seconda Edizione. Bologna, Zanichelli, 8.°, pp. VII + 307 [Prezzo L. 2].

Digitized by Google

*
* *

PER LA STORIA DELLE SCIENZE. La V Sezione (Storia delle scienze) del Congresso internazionale di storia comparata tenutosi a Parigi durante l'Estate del decorso anno, nella seduta del 28 Luglio 1900 emise i seguenti voti:

1.° Che la storia elementare delle scienze, esposta dai professori delle scienze stesse, sia svolta nell'insegnamento secondario e riceva una sanzione nell'esame di baccalaureato.

2.° Che corsi speciali sopra la storia generale delle scienze sieno creati alla Sorbona, alla Scuola Normale superiore, alla Scuola politecnica ed in tutte le principali Università francesi.

Il Congresso diresse siffatti voti, non soltanto all'autorità universitaria, ma anche a tutti coloro che s'interessano alla storia della scienza, ricordando loro che la legge del 1896 autorizza le Università a ricevere doni dai privati destinati alla fondazione di corsi speciali; ed aggiunse essere desiderabile la creazione di uno speciale diploma scolastico sopra la storia delle scienze

*
* *

CONGRESSO INTERNAZIONALE DI SCIENZE STORICHE. Questa importante riunione, che avrà luogo a Roma nella prossima Primavera, conterrà una Sezione dedicata alla storia delle Scienze matematiche e fisiche, di cui vennero scelti come Presidente onorario il Prof. Cremona, Presidente effettivo il Prof. Cerruti e come Vice-presidente per le matematiche il Prof. Favaro. Che desidera partecipare al Congresso invii il proprio indirizzo, assieme alla quota di L. 12 al Segretariato generale avente la propria sede presso la R. Accademia di S. Cecilia (Via dei Greci 18). Le numerose adesioni già pervenute e le comunicazioni annunciate danno fiducia che anche le scienze positive saranno degnamente rappresentate in quel consesso di dotti.

*
* *

NUOVI MODELLI DI MATEMATICA. La Casa editrice M. Schilling, che, come è noto, ha succeduto alla celebre Casa Brill, ha pubblicato ora due nuove serie di modelli. Una (la XXVI) è destinata a servire nello studio della Geometria descrittiva (10 modelli in gesso dovuti al Prof. Hauck) e della Geometria projettiva (8 modelli, del Prof. Schilling). L'altra (Serie XXVII) comprende tre modelli di lime equipotenziali e di lime di forze elettriche. Come si vede, il campo si allarga: dopo la geometria e l'analisi, anche la Fisica matematica porge argomento a serie interessanti!

Digitized by Google

* * *

CARTEGGIO DI LEIBNIZ. Segnaliamo ai nostri lettori la pubblicazione delle lettere scambiatesi fra Leibniz e lo scienziato polacco Kochanski, recentemente intrapresa da S. Dickstein nel noto periodico *Prace matematyczno-fizyczne* (Vol. XII, Warszawa 1901).

* * *

UN NUOVO GIORNALE. È: *Il Bollettino di Matematica*, periodico particolarmente destinato ai Professori di Matematica delle Scuole Medie (classiche, tecniche e normali); sarà diretto dal Prof. A. Conti e conterrà:

a) Articoli di Matematica elementare (Aritmetica, Algebra, Geometria, Trigonometria) in special modo relativi alle parti di questa scienza che vengono studiate nelle Scuole Medie.

b) Articoli di didattica in cui vengano discussi i limiti e le norme dell' insegnamento della Matematica nelle Scuole Medie.

c) Una rubrica speciale destinata alla discussione delle questioni di terminologia matematica.

d) Studi di comparazione riflettenti l' incremento degli studi matematici nelle Scuole Medie, dell' Italia e degli altri Stati.

e) Articoli di Storia della Matematica elementare.

f) Recensioni dei libri di Matematica *composti per le Scuole Medie.*

g) Rassegna delle principali riviste di matematica, italiane e straniere.

h) Resoconto dei Congressi dl matematica, italiani e stranieri.

i) Relazioni e graduatorie dei Concorsi per cattedre di matematica; notizie del movimento del personale insegnante.

l) Una rubrica (*rubrica intermediario*) destinata ad accogliere da tutti i lettori domande intorno a qualsiasi argomento compreso nel programma del periodico, e che accoglierà altresì le risposte via via date alle dette domande dai lettori medesimi o dalla Direzione.

m) Concorsi a premi su argomenti d' indole scientifico-didattica.

Questo nuovo periodico sarà pubblicato bimestralmente (1.° gennaio, 1.° marzo, 1.° maggio, 1.° luglio, 1.° settembre, 1.° novembre) in fascicoli di 40 pagine almeno. L' abbonamento sarà annuale, con decorrenza dal 1.° gennaio 1902; la quota d' abbonamento sarà di L. 4.

* * *

JAHRESBERICHT DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER VEREINIGUNG. Questa pubblicazione — resa ormai celebre per gli importanti Resoconti sopra

Digitized by Google

varî rami della matematica in essa contenuti — sta per trasformarsi in un periodico mensile, del quale la direzione venne affidata al Prof. A. Gutzmer di Jena e l'edizione alla Casa Teubner di Lipsia. Ogni volume del *Jahresbericht* conterrà anzitutto un resoconto delle sedute della Società e della condizione finanziaria della stessa, l'elenco dei suoi membri e un cenno sulle comunicazioni fatte nelle sue annuali adunanze. Verranno pure inseriti gli estesi *Berichte* scientifici promossi dalla Società; ma quelli troppo lunghi formeranno volumi separati; nè si escluderanno analoghi articoli sopra ricerche speciali, anzi per tali lavori la Società rivolge un invito per ottenere collaboratori in tutto il mondo.

Nel nuovo giornale troveranno il loro posto naturale i discorsi accademici (prolusioni, discorsi inaugurali, ecc.) che sino ad ora, essendo sparsi ed a molti inaccessibili, avevano un numero di lettori non certo proporzionato all'interesse che molti di essi presentano; inoltre necrologie di scienziati, appartenenti o non alla Società. Per raggiungere poi uno degli scopi di questa — cioè di stabilire relazioni vivaci fra gli organi sparsi della scienza, onde assicurare fra questi influenze scambievoli — il *Jahresbericht* conterrà notizie concernenti gli avvenimenti che riflettono le matematiche e le loro applicazioni, e cioè le questioni didattiche relative all'insegnamento superiore, le imprese matematiche collettive, le questioni poste a concorso (enunciati e soluzioni) ed il personale insegnante; pubblicherà ancora i sommarî di lezioni di Astronomia, Matematica e Fisica. Una rubrica speciale conterrà brevi osservazioni, enunciati di soggetti degni di studio, correzioni ad opere pubblicate, ecc.; ma le lunghe memorie saranno escluse. Troveranno invece accesso informazioni sopra gli atti di accademie e società, tedesche e straniere. Finalmente una sezione letteraria conterrà una rassegna delle opere uscite o di prossima pubblicazione, nonchè dei giornali.

Con questo programma il nuovo giornale non è un duplicato di altri periodici esistenti già in Germania, rappresenta anzi un utile complemento ad essi.

Ogni volume del *Jahresbericht* comprenderà 25 fogli di stampa; il prezzo ne è fissato in 11 Mk. pei membri della « Deutsche Mathematiker-Vereinigung », in 14 Mk. per gli altri.

Il primo fascicolo sarà doppio (Gennaio-Febbraio) ed uscirà fra pochi giorni.

Marco Bertolone, Direttore-Gerente

Genova - Tipografia R. Istituto Sordo-muti - 1901.

Digitized by Google

Digitized by Google

188555

[redacted]

QA
1
.B7
v.4-5

Sci